

Epreuve commune de MATHÉMATIQUES

Vendredi 27 Janvier 2006

Durée 2 heures

La calculatrice personnelle est autorisée, mais aucun matériel ne peut être prêté ou emprunté au voisin. La qualité de la rédaction et celle de la présentation constituent des éléments importants d'appréciation de la copie, qui seront notés sur 4 points (sur un total général de 40 points).

Le candidat doit garder son sujet et retirer les brouillons de sa copie !

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (14 points) :

Exercice 1 : (5 points)

1) Calculer les expressions A et B en faisant apparaître chaque étape du calcul et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{\left(\frac{5}{6} - \frac{5}{4}\right)}{\frac{5}{8}}$$

$$B = \frac{8 \times 10^{15} \times 15 \times 10^{-6}}{20 \times (10^2)^5}$$

2) Calculer C et D en donnant le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des entiers, b étant le plus petit possible :

$$C = \sqrt{15} \times \sqrt{10}$$

$$D = \sqrt{75} + 7\sqrt{3} - 2\sqrt{27}$$

Exercice 2 : (5 points)

1) Développer et réduire les expressions E et F :

$$E = (3\sqrt{5} + \sqrt{7})^2$$

$$F = (x - 2\sqrt{2})(5x + 3\sqrt{2})$$

2) Factoriser les expressions G, H et I suivantes :

$$G = 16x^2 - 9$$

$$H = 9x^2 - 24x + 16$$

$$I = 4x^2 + 28x + 49$$

Exercice 3 : (4 points)

Dans le repère orthonormé de la feuille annexe, sont tracées les courbes représentatives de trois fonctions.

1) Parmi les courbes des fonctions f , g , et h , dire laquelle (ou lesquelles) est linéaire, affine ou ni linéaire et ni affine. Justifier chacune de vos réponses.

2) Une fonction est définie par $l(x) = -3x + 7$. Déterminer les images par l des nombres suivants : 0 ; -4 ; $\frac{5}{3}$; $-\sqrt{2}$.

3) Une fonction est définie par $h(x) = 2x - 3$. Quel est le nombre dont l'image par h est -5 ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (10 points) :

Exercice 1 : (4 points)

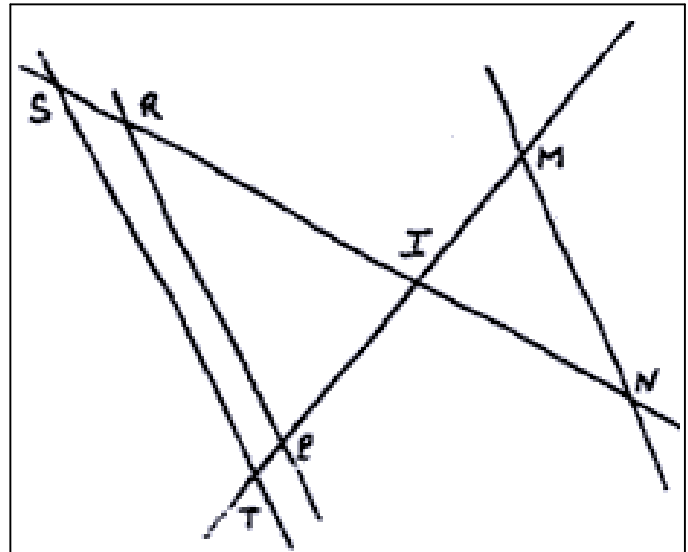
Sur la figure ci-contre, tracée à main levée, on a :

$$IR = 8 \text{ cm} \qquad RP = 10 \text{ cm}$$

$$IP = 4,8 \text{ cm} \qquad IM = 4 \text{ cm}$$

$$IS = 10 \text{ cm} \qquad IN = 6 \text{ cm}$$

$$IT = 6 \text{ cm}$$



(il n'est pas demandé pas de refaire la figure)

- 1) Démontrer que les droites (ST) et (RP) sont parallèles.
- 2) Les droites (MN) et (ST) sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse.

Exercice 2 : (6 points)

La figure n'est pas en vraie grandeur, et il n'est pas nécessaire de la reproduire.

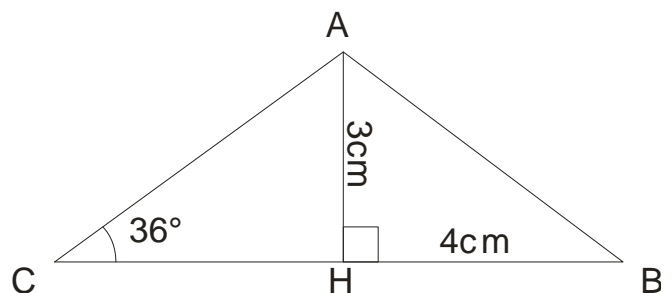
Sur le triangle ABC ci-contre, on sait que :

- $AH = 3 \text{ cm}$

- $HB = 4 \text{ cm}$

- $\widehat{ACB} = 36^\circ$

- $(AH) \perp (CB)$



- 1) Calculer la mesure du segment [CH].
Donner le résultat au millimètre près.
- 2) Sans utiliser le théorème de Pythagore, calculer la mesure du segment [AC]. Donner le résultat au millimètre près.
- 3) Calculer la mesure de l'angle \widehat{ABH} . En donner une valeur approchée au dixième de degré près.

Démontrer que le triangle ABC n'est pas isocèle. Justifier votre réponse.

PROBLÈME (12 points) :

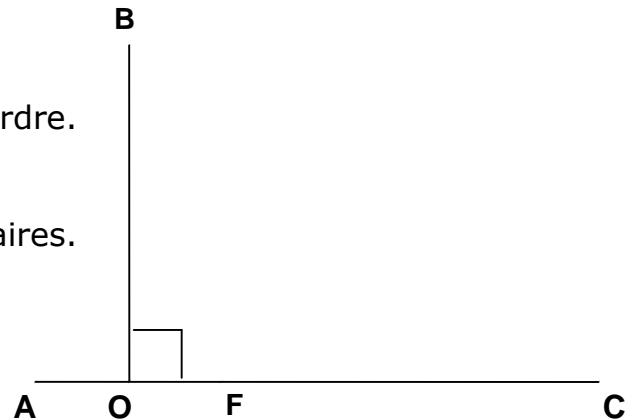
La figure sera faite sur la feuille annexe qui sera rendue avec la copie.

Les questions sont indépendantes, si on se sert des réponses données par l'énoncé.

1) Sur la feuille annexe, à l'emplacement indiqué, reproduire en vraie grandeur la figure ci-contre en tenant compte des renseignements suivants :

- L'unité de longueur est le centimètre.
- Les points A, O, F, C sont alignés dans cet ordre.
- $AC = 15$; $AO = OF = 3$; $BO = 6$
- Les droites (BO) et (AC) sont perpendiculaires.

On complétera et on codera la figure au fur et à mesure des questions.



2) Prouver que $AB = \sqrt{45}$ et que $BC = \sqrt{180}$

3) Démontrer que les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires.

4) a. Construire le cercle \mathcal{C} de diamètre [FC] qui recoupe la droite (BC) en H.

b. Démontrer que le triangle FHC est rectangle.

c. Démontrer que les droites (AB) et (FH) sont parallèles.

d. Calculer CF puis CH (à 0,1 cm près).

5) Démontrer que le triangle BAF est isocèle.

6) a. Tracer par A, la parallèle à la droite (BF) : elle coupe la droite (HF) en G.

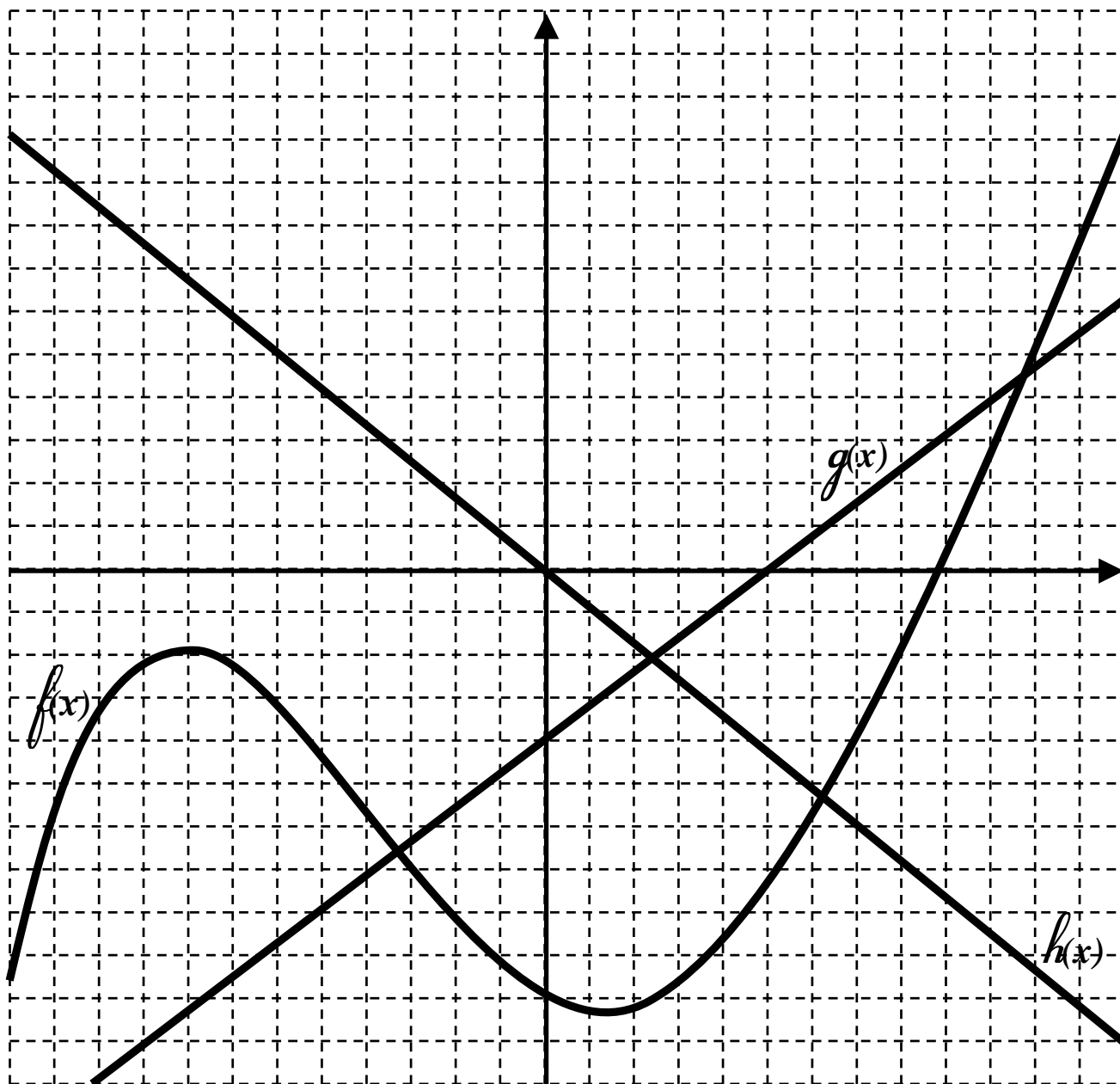
b. Démontrer que le quadrilatère ABFG est un losange et en préciser son périmètre (à 0,1 cm près).

7) Montrer que le triangle OBC a la même aire que le losange ABFG.

Feuille annexe à joindre à la copie

Numéro de Candidat :

(repère orthonormé de l'exercice n°3 -activités numériques-
et au dos de cette feuille, *figure géométrique du problème*)



Construire ici la figure du problème

(*rappel* : on **complétera** et on **codera** la figure au fur et à mesure des questions)

