BREVET BLANC DE MATHEMATIQUES

11 mai 2005

L'usage des calculatrices est autorisé mais toutes les étapes des calculs doivent figurer sur la copie.
Le prêt de matériel (calculatrice, compas, équerre, effaceur …) n'est pas autorisé.
La qualité de la rédaction sera largement prise en compte dans la notation.
Le soin et la présentation seront notés sur 4 points.

PARTIE I Activités Numériques (12 points)

Exercice 1 :

1. On considère : $\mathbf{A} = \frac{3}{5} + \frac{6}{5} \div \frac{18}{7}$.

Calculer A en indiquant les étapes (on donnera le résultat sous forme de fraction irréductible).

2. On considère :

$\mathbf{B} = \sqrt{25} + \sqrt{20} + \sqrt{80}$ et $\mathbf{C} = \left(\sqrt{5} + 2\right)^2 - \left(\sqrt{5} - 1\right)\left(\sqrt{5} + 1\right)$

Calculer **B** et **C** (on donnera les résultats sous la forme $\mathbf{a + b\sqrt{5}}$ où **a** et **b** sont des nombres entiers relatifs).

Exercice 2.

On considère $D = (3x - 7)^2 - 81$.

1. Développer et réduire D.

2. Factoriser D.

3. Calculer D pour $x = \frac{-2}{3}$

4. Résoudre l'équation $(3x - 16)(3x + 2) = 0$.

Exercice 3.

1. Calculer le plus grand commun diviseur (PGCD) de 992 et de 2418.

2. Écrire $\frac{992}{2418}$ sous la forme d'une fraction irréductible.

3. Calculer $\frac{992}{2418} - \frac{3}{13}$ (on donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible).

Exercice 4.

Pour un parterre de fleurs, un paysagiste achète un lot de 60 plantes constitué de rosiers à 10 € pièce et d'iris à 3 € pièce. Le montant de la facture correspondant à cet achat est de 355 €.

1. Traduire cet énoncé par un système de 2 équations à 2 inconnues

2. Résoudre le système $\begin{cases} x + y = 60 \\ 10x + 3y = 355 \end{cases}$

3. Combien le paysagiste achète –t-il de plantes de chaque sorte ?

PARTIE II Activités Géométriques (12 points)

Exercice 1

Construire **sur le quadrillage placé sur la feuille annexe** les points T, P et M tels que :

$$\overrightarrow{DT} = \overrightarrow{AC} \quad ; \quad \overrightarrow{EP} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} \quad ; \quad \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

Exercice 2

La figure ci-contre représente un cône de révolution de sommet S, et de base le disque de centre H et de rayon [HM].

HM = 6 cm SH = 8 cm

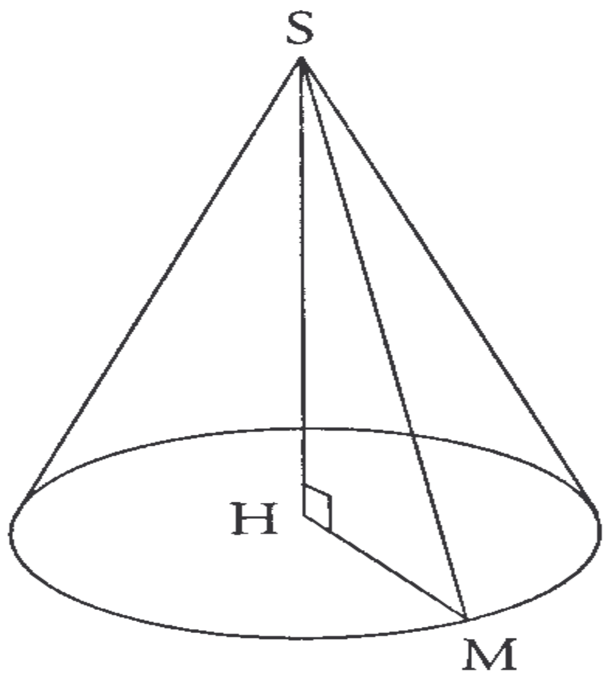
1) Donner la valeur, arrondie au degré, de la mesure de l'angle $\widehat{MSH}$.

2) Calculer le volume du cône, arrondi au centimètre cube.

3) On coupe le cône précédent par un plan parallèle à sa base, et passant par le point H' du segment [SH] tel que SH' = $\frac{3}{4}$ SH

a) Quelle est la nature de la section ?

b) Calculer le volume du cône de révolution obtenu, arrondi au centimètre cube.



Exercice 3

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I , J).

1. a. Dans le repère dessiné sur la feuille annexe, placer les points A(3 ; -5) et B(-2 ; 5).

b. Lire les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$. (*Aucune justification n'est demandée*)

2. a. Placer le point C(– 2 ; – 4) et le point D, image du point C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

b. Calculer les coordonnées du point D ?

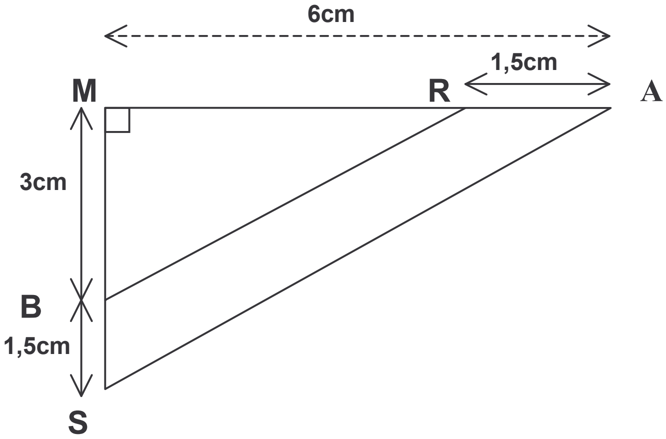
c. Quelle est la nature du quadrilatère ABDC et quelles sont les coordonnées du point M, intersection des droites (AD) et (BC) ? (Justifier ces deux réponses).

PARTIE III Problème (12 points)

Les parties A et B du problème sont indépendantes.

A – En utilisant la figure ci-dessous, qui n'est pas à reproduire et qui n'est pas en vraie grandeur, ***traiter les questions suivantes en citant les propriétés utilisées.***

ABM est un triangle rectangle en M tel que
MA = 6 cm et MB = 3 cm.
R est un point de [MA] tel que RA = 1,5 cm.
B est un point de [MS] tel que SB = 1,5 cm.



1. Calculer la longueur BR.

2. Les droites (AS) et (RB) sont-elles parallèles ? Justifier.

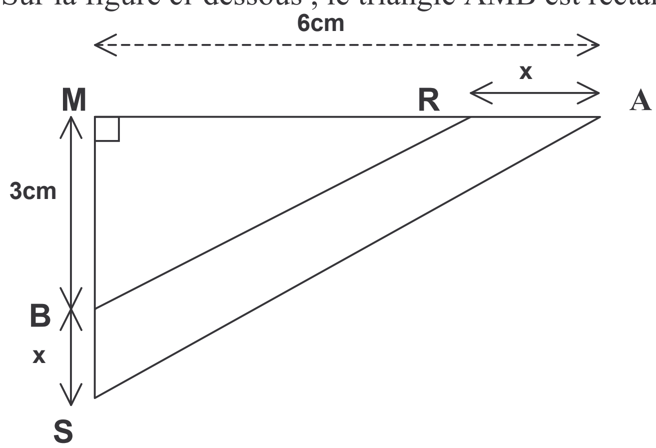
3. On rappelle que l'aire d'un triangle rectangle est égale au demi-produit des deux côtés de l'angle droit.

a)Calculer les aires des triangles MBR et MSA

b) En déduire l'aire du quadrilatère BRAS.

Que remarque-t-on ?

B - Sur la figure ci-dessous , le triangle AMB est rectangle en M.



L'unité étant le centimètre, on donne :

- MA = 6 ; MB = 3.
- R est le point du segment [AM] tel que AR = x avec $0 < x < 6$.
- B est le point du segment [MS] tel que SB = x.

1. a) Montrer que l'aire en cm^2 du triangle MAS est égale à $3x + 9$.

Montrer que l'aire en cm^2 du triangle MBR est égale à $-\frac{3}{2}x+9$.

b) À l'aide des résultats du a), prouver que l'aire en cm^2 du quadrilatère ARBS est égale à : $\frac{9}{2}x$.

2. Pour quelle valeur de x l'aire du quadrilatère BRAS est-elle égale à l'aire du triangle MBR ?
Quelle est alors la valeur commune à ces deux aires ?

3. Sur la feuille annexe, dans le repère orthogonal déjà construit sur lequel :

- l'origine est placée en bas à gauche ;
- en abscisse, 2 carreaux représentent 1 unité ;
- en ordonnée, 1 carreau représente 1 unité.

a) Tracer dans ce repère les représentations graphiques des fonctions f et g définies par :

$$f(x) = -\frac{3}{2}x + 9 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{9}{2}x$$

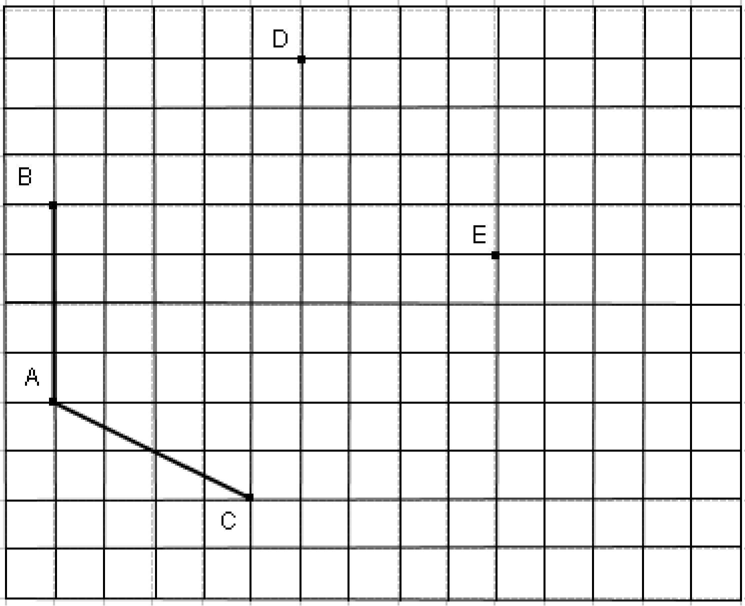
b) Retrouver, par lecture sur le graphique précédent, les réponses à la question **B-2**.

Faire apparaître en pointillés les tracés nécessaires à cette lecture.

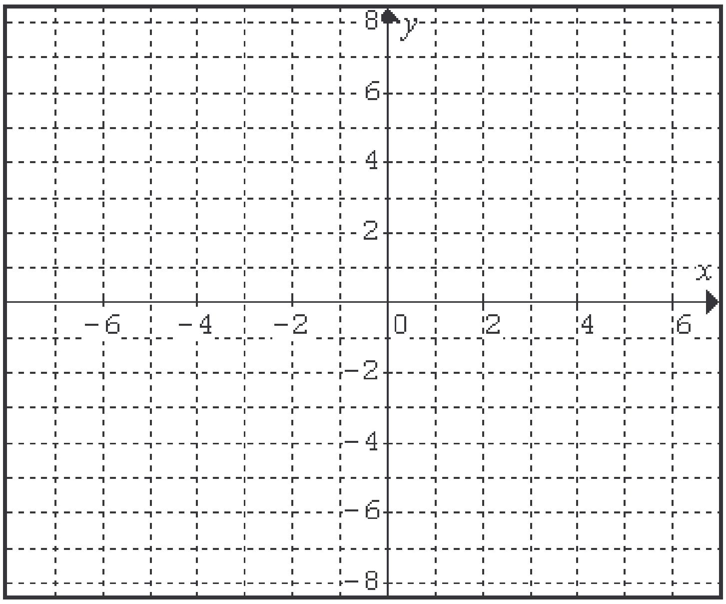
FEUILLE ANNEXE à joindre à votre copie Numéro de candidat :

Activités Géométriques

Figure à compléter de l'exercice 1



Repère orthonormé de l'exercice 3



Repère orthogonal du problème