Correction du Brevet Blanc -mars 2009-

Activités Numériques

Exercice 1 :

$A = \frac{3}{7} - \frac{2}{7} \times \frac{21}{8}$

$A = \frac{3}{7} - \frac{2x21}{7x8}$

$A = \frac{3}{7} - \frac{2x3x7}{7x4x2}$

$A = \frac{3}{7} - \frac{3}{4}$

$A = \frac{12}{28} - \frac{21}{28}$

$\boxed{A = -\frac{9}{28}}$

$B = \frac{3x10^2x1,8x10^{-3}}{6x10^4}$

$B = \frac{3x1,8}{6}x10^2x10^{-3}x10^{-4}$

$B = 0,9x10^{2-3-4}$

$B = 0,9x10^{-5}$

B = 0,00009 écriture décimale

$\boxed{B = 9x10^{-6}}$ écriture scientifique

$C = \sqrt{12} - 5\sqrt{75} + 2\sqrt{147}$

$C = \sqrt{4x3} - 5\sqrt{25x3} + 2\sqrt{49x3}$

$C = \sqrt{4}x\sqrt{3} - 5x\sqrt{25}x\sqrt{3} + 2x\sqrt{49}x\sqrt{3}$

$C = 2\sqrt{3} - 5x5\sqrt{3} + 2X7\sqrt{3}$

$C = 2\sqrt{3} - 25\sqrt{3} + 14\sqrt{3}$

$C = (2 - 25 + 14)\sqrt{3}$

$\boxed{C = -9\sqrt{3}}$

Exercice 2 :

1) a. Avec la calculatrice, on obtient :

A = 1998 ; B = 110 ; C = - 8

b. A et B sont des nombres pairs : ils ont au moins le nombre 2 pour diviseur commun.

A et B ne sont donc pas premiers entre eux.

2) Soit $D = (x + 1)(x - 1) - (x - 1)^2$

a. En comparant les expressions D et A, on remarque que 1001 correspond à $x + 1$ et que 999 correspond à $x - 1$.

Si on remplace x par 1000, l'expression D sera donc égale à l'expression A.

b. Factorisons l'expression A :

Les deux termes de cette expression possèdent le facteur commun $(x - 1)$ donc ;

$D = (x + 1)(x - 1) - (x - 1)^2$

$D = (x + 1)(\underline{x - 1}) - (x - 1)(\underline{x - 1})$ NB : cette ligne n'est pas indispensable

$D = (x - 1)\left[(x + 1) - (x - 1)\right]$

$D = (x - 1)(2)$

$\boxed{D = 2(x - 1)}$

c. L'expression A vaut 2008 **si x vaut 1005** donc A = 1006 x 1004 – 1004² = 2008

Exercice 3 :

1) Déterminons le PGCD de 378 et 270 par la **méthode de l'algorithme d'Euclide.**

Présentons les résultats des divisions euclidiennes successives dans un tableau :

a	b	r	a = b x q + r
378	**270**	108	378 = 270 x 1 + 108
270	108	**54**	270 = 108 x 2 + 54
108	54	0	108 = 54 x 2 + 0

Le PGCD des deux nombres est le dernier reste non nul ; donc PGCD(378 ; 270) = 54

2) a. Le plus grand nombre de lots identiques de quiches et de pizzas doit être un diviseur commun à 378 et 270.
Le comité souhaite faire le plus grand nombre de lots identiques donc le diviseur recherché doit être le **P**lus **G**rand **D**iviseur **C**ommun aux deux nombres, soit 54.

Le comité des fêtes pourra donc faire au maximum 54 lots identiques de quiches et de pizzas.

b. S'il y a 54 lots, on a : 378 : 54 = 7 ; 270 : 54 = 5

Chaque lot sera donc composé de 7 pizzas et de 5 quiches.

c. Calculons la recette totale du comité des fêtes s'il vend toutes les pizzas et toutes les quiches.

Une quiche vaut 1/3 de moins qu'une pizza soit 4,80x2/3 = 3,20 €

La recette sera donc : 378 x 4,80 + 270 x 3,20 = **2 678, 40 €**.

La recette du comité des fêtes n'atteindra pas 3000 € même si toutes les quiches et les pizzas sont vendues.

Activités géométriques

Exercice 1 :

1) Considérons les triangles XYS et SAB. On sait que :

- $S \in [XA]$ - $S \in [YB]$ - (YX) // (AB)

En appliquant le théorème de Thalès, on a les trois rapports égaux :

$$\frac{SA}{SX} = \frac{SB}{SY} = \frac{AB}{XY}$$

Remplaçons les valeurs connues :

$$\frac{3}{5} = \frac{5}{SY} = \frac{4}{XY}$$

Donc $\frac{3}{5} = \frac{4}{XY}$ soit $\boxed{XY = \frac{5 \times 4}{3} = \frac{20}{3}\text{ cm (valeur exacte) et } XY = 6{,}7\text{ cm à 1 mm près (valeur approchée au mm près)}}$

2) Pour démontrer que les droites (AB) et (DE) sont parallèles, **calculons séparément les rapports** $\frac{SA}{SD}$ **et** $\frac{SB}{SE}$:

$$\frac{SA}{SD} = \frac{3}{4{,}5} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \quad ; \quad \frac{SB}{SE} = \frac{5}{7{,}5} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

On remarque que les rapports $\frac{SA}{SD}$ et $\frac{SB}{SE}$ sont égaux. **Les points S, A, D d'une part, et S, B, E d'autre part étant alignés dans le même ordre**, la **réciproque du théorème de Thalès** permet de conclure que les **droites (AB) et (DE) sont parallèles**.

3) On sait que (YX) // (AB) et on vient de démontrer que (AB) //(DE). Donc les droites (XY) et (DE) sont toutes deux parallèles à la droite (AB).

Or, *on sait que si deux droites sont parallèles à une même troisième, alors ces deux droites sont parallèles entre elles.* Par conséquent, **les droites (XY) et (ED) sont parallèles**.

Exercice 2 :

1) Construction de la figure en vraie grandeur.

2) Dans le triangle SAB, **le plus long côté est [AB].** Pour prouver que le triangle SAB est rectangle en S, **calculons séparément AB^2 et $AS^2 + SB^2$:**

- $\mathbf{AB^2} = 13^2 = \mathbf{169}$
- $\mathbf{AS^2 + SB^2} = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = \mathbf{169}$

On remarque que AB^2 est égal à $AS^2 + SB^2$. **La réciproque de la propriété du théorème de Pythagore permet de conclure que le triangle SAB est rectangle en S** et que son hypoténuse est le côté [AB].

3) Déterminons la mesure de l'angle ^SAB :

Le triangle SAB est rectangle en S. Utilisons le cosinus de l'angle ^SAB :

$$\cos\widehat{SAB} = \frac{SA}{BA}$$

$$\cos\widehat{SAB} = \frac{5}{13}$$

donc **^SAB = 67° à un degré près**.

4) a. **Rajouter sur la figure le point R**, image de S dans la symétrie de centre I.

b. De nombreuses démonstrations sont possibles. Par exemple :

<u>Démontrons tout d'abord que le quadrilatère SARB est un parallélogramme</u>

On sait que I est le milieu de [AB]. On sait aussi que R est le symétrique de S par la symétrie de centre I : donc I est le milieu du segment [RS]. Par conséquent, I est le milieu de [AB] et de [RS] qui sont les diagonales de SARB.

Or, *si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu, alors, ce quadrilatère est un parallélogramme.*

On peut donc conclure que *SARB est un parallélogramme.*

<u>Démontrons maintenant que le parallélogramme SARB est un rectangle.</u>

On a démontré (question 2) que le triangle SAB est rectangle en S. Or, *si un parallélogramme possède un angle droit, c'est un rectangle.*

On peut donc conclure que **le quadrilatère SARB est un rectangle**.

Problème

Première Partie :

1) a. Recopier et compléter le tableau :

Nombre de séances	10	18	25
Dépense totale avec le tarif A	*80*	*144*	*200*
Dépense totale avec le tarif B	*90*	*130*	*165*
Dépense totale avec le tarif C	*160*	*160*	*160*

b. **Pour 10 séances, le tarif le plus avantageux est le tarif A**. En effet, avec le tarif A, Zohra paiera 80 €, alors qu'avec le tarif B elle paiera 90 € et qu'avec le tarif C elle paiera 160 €.

2) a. Lorsque Zohra fait x séances avec l'option A, la dépense totale en fonction de x s'exprime par $\boxed{f(x) = 8x}$.

b. Lorsque Zohra fait x séances avec l'option B, la dépense totale en fonction de x s'exprime par $\boxed{g(x) = 5x + 40}$

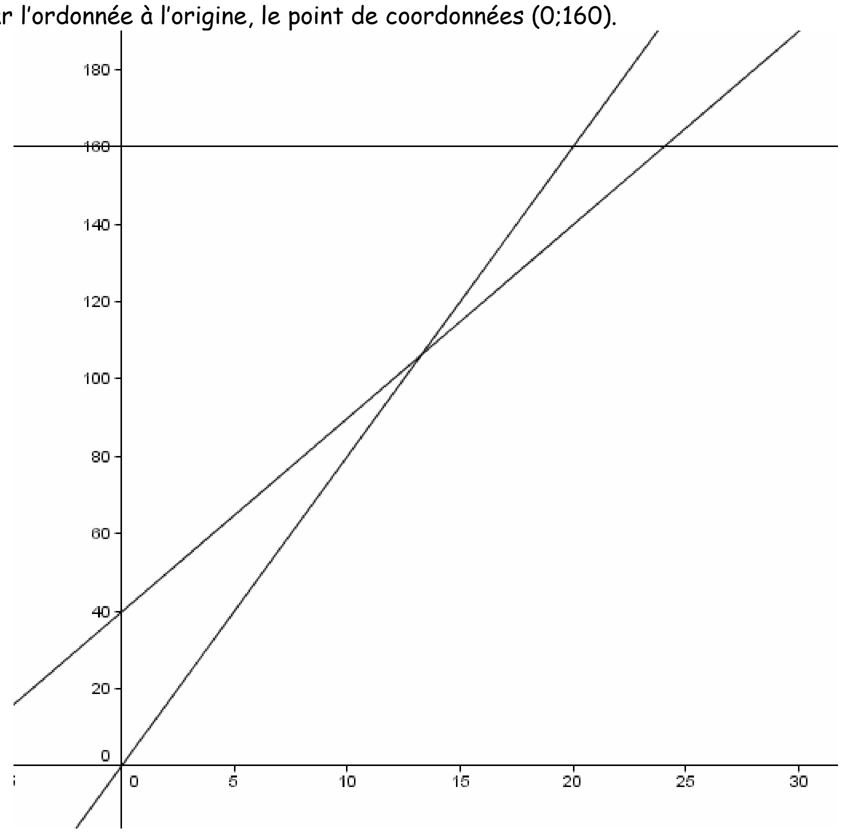
c. Lors que Zohra fait x séances avec l'option C, la dépense totale en fonction de x s'exprime par $\boxed{f(x) = 160}$

<u>Deuxième Partie :</u>

1) **Tracer le repère** sur la feuille de papier millimétré jointe.

2) <u>Justification du tracé des fonctions</u> :

- **la fonction f est linéaire**, car de la forme $f(x) = ax$. Dans un repère, sa courbe représentative est **une droite passant par l'origine** des graduations (le point O) et, par exemple, le point de coordonnées (25;200).
- **la fonction g est affine** car de la forme $g(x) = ax + b$. Dans un repère, sa courbe représentative est **une droite** passant par l'ordonnée à l'origine qui est le point de coordonnées (0;40) et, par exemple, par le point de coordonnées (25 ;165).
- la fonction h est une fonction constante. Dans un repère, sa courbe représentative est une droite parallèle à l'axe des abscisses et passant par l'ordonnée à l'origine, le point de coordonnées (0;160).



3) a. Résolvons l'équation $8x = 5x + 40$

$$8x = 5x + 40$$
$$8x - 5x = 40$$
$$3x = 40$$

D'où $\boxed{x = \frac{40}{3} \text{ (à peu près égal à 13,3)}}$

b. On remarque que $8x$ est la fonction $f(x)$ qui donne le tarif A en fonction du nombre de séances x, et que $5x + 40$ est la fonction $g(x)$ qui donne le tarif B en fonction du nombre de séances x. En résolvant cette équation, on détermine la valeur de x pour laquelle les tarifs A et B sont égaux (pour x = 13,3 environ). Au delà de x = 14, la représentation graphique de la fonction B étant au dessus de celle de la fonction A, on peut en déduire que…

…le tarif B est plus intéressant que le tarif A à partir de 14 séances par an.

4) **Tracer les pointillés** correspondants au point d'intersection des droites représentant les fonctions f et g.

5) Tracer une droite parallèle à l'axe des abscisses et passant par le point de coordonnées (0;130). L'abscisse du point où cette droite coupe la représentation graphique de $g(x)$ est supérieure à celle où elle coupe $f(x)$, ce qui indique que…

...pour 130 €, davantage de séances de squash pourront être effectuées avec l'option B qu'avec l'option A .

<u>Troisième Partie :</u>

Avec le tarif C, Zoé avait payé 160 €.

Or, elle n'a pu faire que **26** (52/2) **séances de squash**, ce qui lui aurait coûté :

- 26 x 8 = **208 € avec l'option A** ;
- 26 x 5 + 40 = **170 € avec l'option B** ;

Zoé a malgré tout fait le bon choix car avec l'option C elle n'a payé que 160 €.