Correction du Brevet Blanc de mars 2010

Activités Numériques :

Exercice 1 :

<u>Encerclez</u> la (ou les) bonne(s) réponse(s) s'il y en a. (il peut y avoir plusieurs bonnes réponses par question).

		A	B	C	D
1	$2^5 \times 2^8$ est égal à …	2^{40}	2^3	8192	2^{13}
2	765 est divisible par …	17	3	5	15
3	$\sqrt{18}$ est égal à …	$2\sqrt{3}$	$3\sqrt{2}$	$9\sqrt{2}$	4,24264
4	Si A = 3 + $4\sqrt{2}$, A peut s'écrire …	$7\sqrt{2}$	$7 + \sqrt{2}$	ne peut pas se réduire	8,656
5	$\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2$ est égal à …	0,5555	$\frac{\sqrt{5}^2}{3}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{\sqrt{5}^2}{3^2}$
6	La suite numérique 3…7…21…147… peut être continuée avec …	21x147	3087	$3{,}087 \times 10^3$	$3^2 \times 7^3$
7	$(8^{-2})^8$ est égal à …	8^{-10}	8^{-16}	$\left(\frac{1}{8^2}\right)^8$	8^6
8	$\frac{18}{2}$ est …	Un entier naturel	Un nombre irrationnel	Un nombre relatif	Un nombre rationnel
9	L'arrondi au centième de $\frac{13}{7}$ est …	1,8	1,85	1,86	1,857
10	L'écriture scientifique de $\frac{2{,}6 \times 10^{-4}}{13 \times 10^{-3}}$ est …	0,02	$\frac{2}{100}$	2×10^{-2}	$0{,}2 \times 10^{-1}$

Exercice 2 :

Calculer M et N et donner les résultats sous forme de fractions irréductibles :

$$M = \frac{1}{3} + \frac{7}{4} \times \frac{-5}{14}$$

$$M = \frac{1}{3} + \frac{7 \times (-5)}{4 \times 14}$$

$$M = \frac{1}{3} - \frac{5}{8}$$

$$M = \frac{8}{24} - \frac{15}{24}$$

$$M = -\frac{7}{24}$$

$$N = \frac{\frac{2}{3} + 3}{\frac{1}{3} + 5}$$

$$N = \frac{\frac{2}{3} + \frac{9}{3}}{\frac{1}{3} + \frac{15}{3}}$$

$$N = \frac{\frac{11}{3}}{\frac{16}{3}}$$

$$N = \frac{11}{3} \times \frac{3}{16}$$

$$N = \frac{11}{16}$$

Exercice 3 :

a) ***288 et 224 sont pairs donc ils sont divisibles par 2 et ne sont pas premiers entre eux.***

b) Déterminons par la méthode de **l'algorithme d'Euclide** le PGCD de 288 et 224.

Présentons les résultats des divisions euclidiennes dans un tableau :

Dividende : a	Diviseur : b	Reste : r
288	224	64
224	64	<u>32</u>
64	32	0

Le PGCD de 288 et 2245est le dernier reste non nul, donc PGCD(288 ; 224) = 32

c) Ecrire la fraction $\frac{224}{288}$ sous forme irréductible. **Les nombres 224 et 288 sont divisibles par 32 qui est leur plus grand diviseur commun donc :**

$$\frac{224}{288} = \frac{7 \times 32}{9 \times 32} = \frac{7}{9}$$

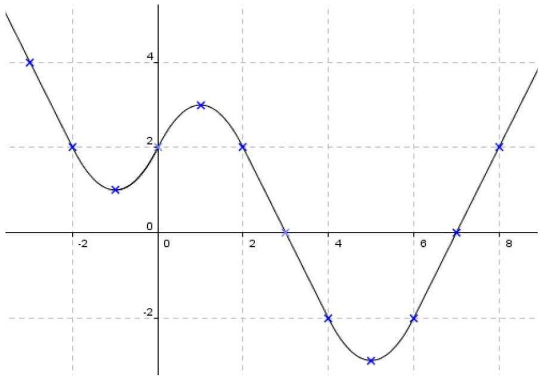
La fraction $\frac{7}{9}$ est irréductible.

d) *Un photographe doit réaliser une exposition en présentant ses œuvres sur des panneaux contenant chacun le même nombre de photos de paysages et le même nombre de portraits. Il dispose de 224 photos de paysages et de 288 portraits. Combien peut-il réaliser au maximum de panneaux en utilisant toutes ses photos ? Dans ce cas combien chaque panneau contient-il de paysages et de portraits.*

Le nombre de panneaux réalisable est le plus grand diviseur commun à 288 et 224, soit 32. Chaque panneau pourra recevoir 7 photos de paysages et 9 portraits.

Exercice 4 :

Ci-contre est représentée graphiquement une fonction h pour x compris entre -3 et 9.
Par lecture graphique, déterminer :



a) l'image par h du nombre 8 : **<u>2</u>**

b) h(–1) = **<u>1</u>**

c) les antécédents par h du nombre 0 : **<u>3 et 7</u>**

d) l'image par h du nombre 3 : **<u>0</u>**

e) les antécédents par h du nombre –2 : **<u>4 et 6</u>**

f) les antécédents par h du nombre 2 : **<u>-2 et 2</u>**

g) Compléter (sans calcul) le tableau de valeurs suivants :

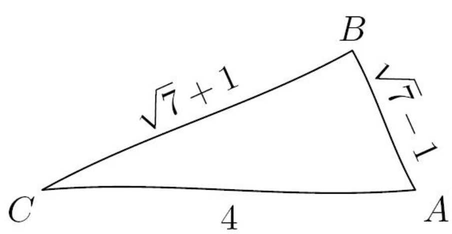
x	8	<u>4 et 6</u>	3
h(x)	<u>2</u>	-2	<u>0</u>

Activités Géométriques :

<u>**Exercice 1 :**</u>

On donne l'expression F = $(\sqrt{7}+1)^2 + (\sqrt{7}-1)^2$

a) Après avoir développé les carrés, montrer que F est un nombre entier.



L'expression F est composée de deux identités remarquables, donc :

$F = \sqrt{7}^2 + 2\times\sqrt{7}\times 1 + 1^2 + \sqrt{7}^2 - 2\times\sqrt{7}\times 1 + 1^2$

$F = 7 + 1 + 7 + 1$

$F = 16$

b) <u>Application à la géométrie</u> :
On considère le triangle ABC suivant qui a été tracé « à main levée ».
Déduire de la question précédente la nature du triangle ABC (rédiger soigneusement votre réponse)

Le côté le plus long est [AC]
Calculons séparément AC² et AB² + BC² ;

- **$AC^2 = 4^2 = 16$**
- **$AB^2 + BC^2 = \left(\sqrt{7}+1\right)^2 + \left(\sqrt{7}-1\right)^2 = F = 16$ (déjà calculé au a)**

On remarque que AC² et AB² + BC² sont égaux. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on peut conclure que le triangle ABC est rectangle en B et que son hypoténuse est $[AC]$.

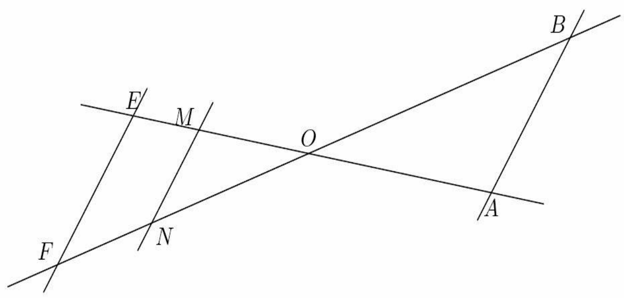
Exercice 2 :

On sait que OM = 3 ; OA = 5 ; ON = 4,5 ; AB = 3 ; BOA = 30°.
Les droites (MN) et (BA) sont parallèles.

1. Calculons OB et MN.

Les droites MA et NB sont sécantes en O. Les droites (MN) et (BA) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{OM}{OA} = \frac{ON}{OB} = \frac{MN}{BA}$$



En remplaçant les valeurs connues, on a:

$$\frac{3}{5} = \frac{4,5}{OB} = \frac{MN}{3}$$

Donc $OB = \frac{5 \times 4,5}{3}$ et $MN = \frac{3 \times 3}{5}$

D'où <u>OB = 7,5</u> et <u>$MN = \frac{9}{5} = 1,8$</u>

2. On appelle P le pied de la hauteur issue de A dans le triangle OAB.
En se plaçant dans le triangle OAP, montrer par le calcul que AP = 2,5.

La hauteur étant perpendiculaire à un côté, le triangle OAP est rectangle en P.
Calculons le sinus de l'angle POA :

$$\sin POA = \frac{AP}{OA}$$

$$\sin 30° = \frac{AP}{5}$$

donc AP = 5 x sin 30°
AP = 2,5 cm

Le segment AP mesure 2,5 cm.

3. Déterminer, au degré près, la mesure de l'angle PAB.

Le triangle PAB est rectangle en P. Calculons le cosinus de l'angle PAB :

$$\cos PAB = \frac{PA}{AB}$$

$$\cos PAB = \frac{2,5}{3}$$

Donc PAB = 34° à 1° près.

Problème

1) Yann est adhérent au Club des sports de la station. Sachant qu'il a déjà payé sa cotisation annuelle, expliquez pourquoi il devra payer 14 euros par journée de ski.

En adhérant au Club des sports, on bénéficie d'une réduction de 30 % sur le prix de chaque journée à 20 euros, donc il reste 70% du prix à payer (100% - 30%)

70% x 20 = $\frac{70}{100}$x20 = 0,7 x 20 = 14

Le prix d'une journée est donc de 14 € si on adhère au Club.

2) Compléter le tableau suivant :

Nombre de jours de ski pour la saison 2009-2010	5	8	11
Coût en euros avec le tarif A	**100**	**160**	**220**
Coût en euros avec le tarif B	**130**	**172**	**214**

3) On appelle **x** *le nombre de journées de ski durant la saison 2004-2005.*

a) Exprimer en fonction de x la dépense totale $f(x)$ pour un utilisateur ayant choisi le tarif A.

$$f(x) = 20x$$

b) Exprimer en fonction de x la dépense totale $g(x)$ pour un utilisateur ayant choisi le tarif B.

$$g(x) = 14x + 60$$

4) Sachant que Yann adhérent au club a dépensé au total 242 €, combien de jours a-t-il skié ?

Si x est le nombre de journées de ski de Yann, on a :

$$14x + 60 = 242$$
$$14x = 242 - 60$$
$$14x = 182$$
$$x = \frac{182}{14}$$
$$x = 13$$

E>n ayant dépensé 242 €, Yann a skié 13 journées.

5) Sur la feuille de papier millimétré fournie, sur laquelle vous noterez votre numéro de candidat, tracer un repère orthogonal, en respectant les indications suivantes :

- Prendre la feuille verticalement et placer le point O, origine du repère, en bas à gauche de la feuille

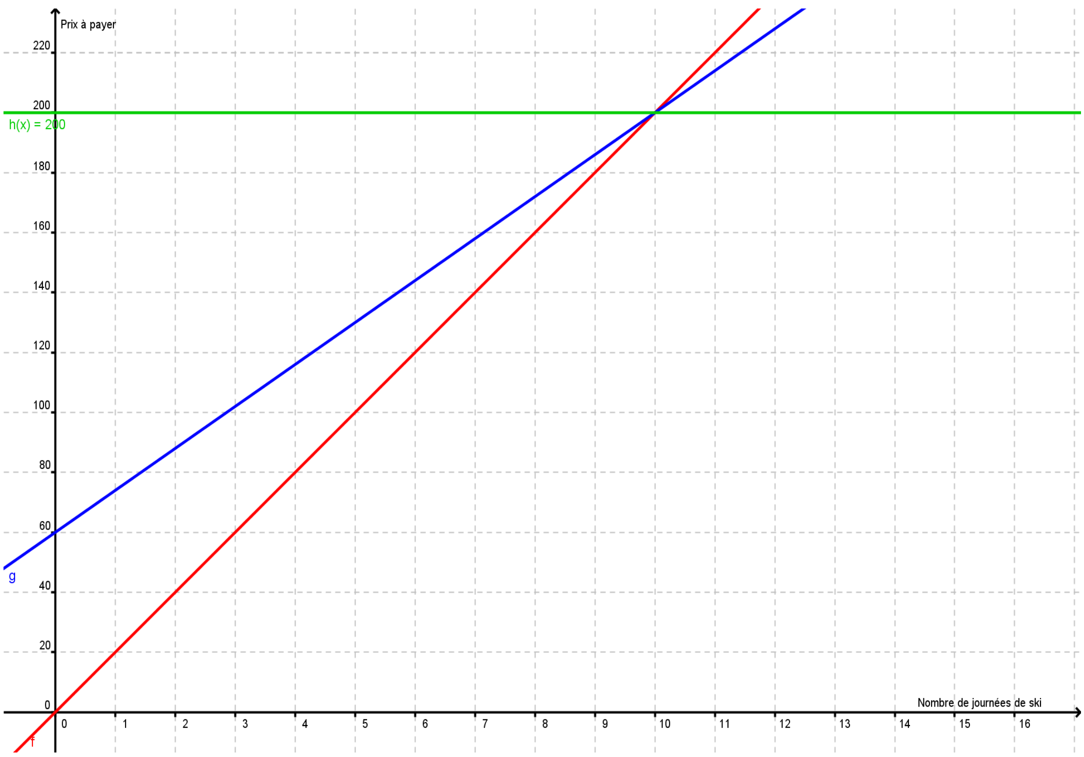
- Prendre pour unité sur l'axe des abscisses 1 cm pour 1 jour de ski.

- Prendre pour unité sur l'axe des ordonnées 1 cm pour 10 euros.

6) On donne les fonctions $f(x) = 20x$ et $g(x) = 14x + 60$.

Représenter, dans le repère créé à la question 5) les fonctions f et g pour x compris entre 0 et 16.

Justifiez votre construction en utilisant le vocabulaire des fonctions vu en cours.



7) En utilisant le graphique (faire apparaître en pointillés les tracés nécessaires), répondre aux questions suivantes:

a) Charlotte doit venir skier douze journées pendant la saison 2009-2010.

Quel est pour elle le tarif le plus intéressant ? **Le tarif A**

Quel est le prix correspondant ? **228 €**

b) En étudiant les tarifs de la saison, Chloé constate que pour son séjour, les tarifs A et B sont égaux. Combien de journées de ski prévoit-elle de faire ? **10 jours**

Quel est le prix correspondant ? **200 €**

8) La station de ski « Blanche Neige » a créé un ***Pass-annuel*** *pour les élèves du Collège Cendrillon de la ville voisine de la station. En payant ce* ***Pass-annuel****, les élèves du Collège pourront utiliser les équipements de la station aussi souvent qu'ils le souhaitent.*

Le montant du ***Pass-annuel*** *est fixé à 200 € par an.*

a) On donne la fonction h(x) = 200.

Tracer cette fonction dans le même repère que les fonctions f et g. Quelle est la nature de cette fonction ? **h est une fonction constante (l'image de tout *x* est 200)**

b) Joël, élève du collège Cendrillon, n'adhère pas au Club des sports et ne pourra faire que 9 journées de ski.

A-t-il intérêt à acheter le ***Pass-annuel*** *? (répondre sans faire de calcul, par lecture graphique, en faisant apparaître en pointillés les tracés nécessaires)*

Joël n'a pas intérêt à choisir le Pass-annuel qui lui couterait 200€ alors qu'avec le tarif A, il ne paierait que 180 €.

d) Yasmina, élève du collège Cendrillon, est adhérente au Club des sport et pourra skier 15 jours.

A-t-elle intérêt acheter le ***Pass-annuel*** *? (répondre sans faire de calcul, par lecture graphique, en faisant apparaître en pointillés les tracés nécessaires)*

Pour 15 journées de ski, Yasmina a intérêt à choisir le Pass-annuel car elle ne paiera que 200 € (alors qu'avec le tarif B elle paierait 270 €).