

CORRECTION DU BREVET BLANC N° 2 (MAI 2007)

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Exercice 1 :

$$A = \frac{5}{7} - \frac{2}{7} \times \frac{1}{6}$$

$$A = \frac{5}{7} - \frac{2 \times 1}{7 \times 2 \times 3}$$

$$A = \frac{5}{7} - \frac{1}{21}$$

$$A = \frac{15}{21} - \frac{1}{21}$$

$$A = \frac{14}{21}$$

$$A = \frac{2}{3}$$

$$B = \sqrt{50} + 3\sqrt{2}$$

$$B = \sqrt{25 \times 2} + 3\sqrt{2}$$

$$B = 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$$

$$B = 8\sqrt{2}$$

$$C = (1 + 2\sqrt{3})^2$$

$$C = 1^2 + 2 \times 1 \times 2\sqrt{3} + (2\sqrt{3})^2$$

$$C = 1 + 4\sqrt{3} + 4 \times 3$$

$$C = 1 + 4\sqrt{3} + 12$$

$$C = 13 + 4\sqrt{3}$$

$$D = \sqrt{1681} - \sqrt{81}$$

$$D = 41 - 9$$

$$D = 32$$

Les résultats B et C de Juliette son exacts. Ses résultats A et D sont faux.

Le résultat de Roméo est exact car $\sqrt{128} = \sqrt{64 \times 2} = 8\sqrt{2}$. Je peux lui conseiller de toujours chercher à simplifier ses résultats et à apprendre les méthodes vues en cours !

Exercice 2 : $E = (3x - 2)^2 - 9$

1) Développons et réduisons E :

$$E = (3x - 2)^2 - 9$$

$$E = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2 - 9$$

$$E = 9x^2 - 12x - 5$$

2) Factorisons E :

$$E = (3x - 2)^2 - 9 \text{ (3^{ème} identité remarquable)}$$

$$E = (3x - 2)^2 - 3^2$$

$$E = [(3x - 2) - 3][(3x - 2) + 3]$$

$$E = (3x - 5)(3x + 1)$$

3) Résolvons l'équation $E = (3x - 5)(3x + 1) = 0$

C'est une équation produit. Or, on sait qu'un produit est nul si l'un au moins de ses facteurs est nul.

Donc $(3x - 5)(3x + 1) = 0$ entraîne que :

$$3x - 5 = 0$$

ou

$$3x + 1 = 0$$

soit $x = \frac{5}{3}$

ou

$$x = -\frac{1}{3}$$

Les solutions de l'équation $(3x - 5)(3x + 1) = 0$ sont $\frac{5}{3}$ et $-\frac{1}{3}$.

Exercice 3 : $F = (\sqrt{7} + 1)^2 + (\sqrt{7} - 1)^2$

1) Développons les carrés et montrons que F est un nombre entier :

$$F = (\sqrt{7}^2 + 2 \times \sqrt{7} \times 1 + 1^2) + (\sqrt{7}^2 - 2 \times \sqrt{7} \times 1 + 1^2)$$

$$F = 7 + 2\sqrt{7} + 1 + 7 - 2\sqrt{7} + 1$$

$$F = 16 \quad F \text{ est donc un nombre entier}$$

2) Le triangle ABC est peut-être rectangle en B. Le coté le plus long est [CA] :

Calculons séparément CA^2 et $CB^2 + BA^2$:

- $CA^2 = 4^2 = 16$

- $CB^2 + BA^2 = (\sqrt{7} + 1)^2 + (\sqrt{7} - 1)^2$

donc $CB^2 + BA^2 = F = 16$ (déjà calculé à la question précédente)

On remarque que CA^2 est égal à $CB^2 + BA^2$, donc, en appliquant la réciproque de la propriété de Pythagore, on peut conclure que le triangle ABC est rectangle en B.

Exercice 4 :

1) Calculons le PGCD de 3073 et 1317 par la méthode de l'algorithme d'Euclide.

Présentons les résultats des divisions euclidiennes dans un tableau :

a	b	r
3073	1317	439
1317	439	0

Le PGCD des deux nombres est le dernier reste non nul donc $\text{PGCD}(3073 ; 1317) = 439$

2) a) Le nombre maximum d'équipes identiques que les professeurs pourront réaliser est le plus grand diviseur commun des nombres 3073 et 1317 : c'est donc leur PGCD.

Les professeurs pourront constituer au maximum 439 équipes identiques.

b) La composition des équipes sera :

filles : $3073 \div 439 = 7$

garçons : $1317 \div 439 = 3$

Chacune des 439 équipes sera composée de 7 filles et 3 garçons.

Exercice 5 :

La fonction ① a pour représentation graphique (D₄).

Elle est *affine* car elle est de la forme $ax + b$ avec $a = 2$ et $b = 1$.

La fonction ② a pour représentation graphique (D₁).

Elle est *affine* car de la forme $ax + b$ avec $a = \frac{1}{2}$ et

$b = 2$.

La fonction ③ a pour représentation graphique (D₂).

Ce n'est pas une fonction affine.

La fonction ④ n'a pas sa représentation graphique.

La fonction ⑤ a pour représentation graphique (D₃).

Elle est *linéaire* car de la forme ax avec $a = \frac{1}{2}$.

La fonction ⑥ a pour représentation graphique (D₅).

Elle est *affine* car de la forme $ax + b$ avec $a = -\frac{2}{3}$ et

$b = 3$.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Exercice 1 :

Le quadrilatère TRAP est un trapèze si les droites (TR) et (AP) sont parallèles [et (TP) et (PA) non parallèles]

Calculons séparément les quotients $\frac{ZT}{ZA}$ et $\frac{ZR}{ZP}$:

• $\frac{ZT}{ZA} = \frac{12,5}{30} = \frac{125}{300} = \frac{5}{12} = \frac{35}{84}$ (ou 0,41666...)

• $\frac{ZR}{ZP} = \frac{14}{34} = \frac{140}{340} = \frac{7}{17} = \frac{35}{85}$ (ou 0,41176...)

On remarque que les quotients $\frac{ZT}{ZA}$ et $\frac{ZR}{ZP}$ ne sont pas égaux. En appliquant la propriété de Thalès, on peut conclure que les droites (TR) et (PA) ne sont pas parallèles.

Or, les droites (TP) et (RA) ne sont pas non plus parallèles (d'après les données).

Conclusion : le quadrilatère TRAP n'est pas un trapèze.

Exercice 2 :

1) Calculons la distance AB entre le pied de l'échelle et le mur :

Dans le triangle ABC, rectangle en A, calculons AB en exprimant le cosinus de l'angle \widehat{ABC} :

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} \quad \text{d'où} \quad AB = BC \times \cos \widehat{ABC} ; \quad AB = 6 \times \cos 75^\circ \quad \text{donc} \quad AB = 1,55 \text{ m à 1 cm près.}$$

La distance de sécurité AB entre le pied de l'échelle et le pied du mur doit être de 1,55 m pour que l'angle \widehat{ABC} soit égal à 75° .

2) Calculons la longueur AC :

Dans le triangle ABC, rectangle en A, exprimons le sinus de l'angle \widehat{ABC} pour calculer AC:

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{CB} \quad \text{donc} \quad \sin 75^\circ = \frac{AC}{6} \quad \text{soit} \quad AC = 6 \times \sin 75^\circ \quad \text{d'où} \quad AC = 5,80 \text{ m à 1 cm près.}$$

De plus, $CD = AD - AC = 7 - 5,8 = 1,2 \text{ m}$

Conclusion : Le sommet de l'échelle se situe à 1,2 m (à 1 cm près) du sommet du mur.

Exercice 3 :

1) Montrons que $AD = 4 \text{ cm}$. La base de la pyramide SABCD étant un rectangle, le triangle ABD est rectangle en A. **En appliquant la propriété de Pythagore**, on peut écrire :

$$BD^2 = BA^2 + AD^2$$

$$\text{d'où} \quad AD^2 = BD^2 - BA^2$$

$$AD^2 = 5^2 - 3^2$$

$$AD^2 = 25 - 9$$

$$AD^2 = 16$$

$$\text{donc} \quad AD = 4 \text{ cm.}$$

Le segment [AD] mesure 4 cm.

2) Le volume d'une pyramide est donné par la relation : $V = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$ d'où

$$V_{\text{SABCD}} = \frac{(AD \times AB) \times OS}{3}$$

$$V_{\text{SABCD}} = \frac{4 \times 3 \times 6}{3}$$

$$V_{\text{SABCD}} = 24 \text{ cm}^3$$

Le volume (exact) de la pyramide SABCD est 24 cm^3 .

3) a) La nature de la section A'B'C'D' est la même que celle de ABCD : c'est un **rectangle**.

b) On sait que O' est le milieu de [SO]. Par conséquent $\frac{SO'}{SO} = \frac{1}{2}$.

Le rapport de réduction est $k = \frac{1}{2}$.

c) On sait que dans une réduction de rapport k , les volumes sont multipliés par k^3 donc :

$$V_{\text{SA'B'C'D'}} = V_{\text{SABCD}} \times k^3$$

$$V_{\text{SA'B'C'D'}} = 24 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$V_{\text{SA'B'C'D'}} = \frac{24}{8} = 3 \text{ cm}^3 .$$

La pyramide réduite SA'B'C'D' a pour volume 3 cm^3 .

PROBLÈME

1) **Tableau à compléter :**

<i>Nombre de cartouches achetées</i>	2	5	11	14
<i>Prix à payer en magasin en euros</i>	30	75	165	210
<i>Prix à payer par Internet en euros</i>	60	90	150	180

2) Le nombre de cartouches achetées est noté x .

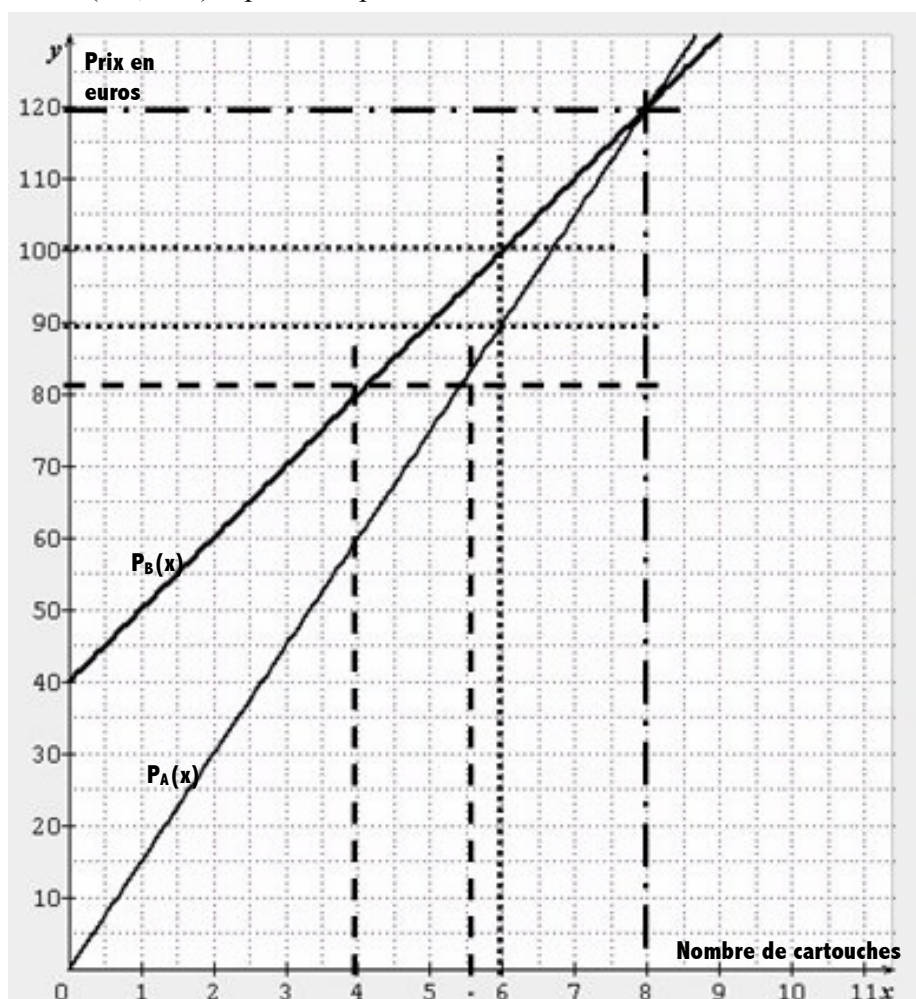
Chaque cartouche coûte 15 € donc : $P_A(x) = 15x$

Chaque cartouche coûte 10 € mais il y a toujours 40 € de livraison donc : $P_B(x) = 10x + 40$.

3) **Traçons** les représentations graphiques des fonctions f et g .

f est une **fonction linéaire** dont la représentation graphique passe par l'origine et par le point A de coordonnées (5 ; 75) -par exemple- .

g est une **fonction affine** dont la représentation graphique passe par l'ordonnée à l'origine (0 ; 40) et par le point B de coordonnées (11 ; 150) -par exemple-.



4) a) Pour 6 cartouches, le prix le plus avantageux est P_A .

b) Avec 80 €, Sonia peut acheter 5 cartouches en magasin, et seulement 4 sur Internet.

Il est plus avantageux pour Sonia d'acheter ses cartouches d'encre en magasin .

c) Pour 8 cartouches, les tarifs du magasin et d'Internet sont égaux.

C'est à partir de 9 cartouches que le tarif sur Internet est le plus avantageux.