

ENONCÉS

1) Calculer $A = \frac{5}{9} - \frac{7}{9} : \frac{7}{3}$

2) Exprimer B en écriture scientifique

$$B = \frac{5,3 \times 10^2 \times 7 \times 10^{-5}}{8 \times 10^{-2}}$$

3) Exprimer B sous la forme $a\sqrt{b}$, b aussi petit que possible : $B = 2\sqrt{5} - \sqrt{20} - 3\sqrt{45}$

4) Calculer le PGCD de 10165 et 3745.

CORRECTIONS et MÉTHODES

1) **Attention aux priorités opératoires** : les multiplications et les divisions doivent être effectuées en 1^{er}.

Ici, la soustraction $\frac{5}{9} - \frac{7}{9}$ est interdite !

$$A = \frac{5}{9} - \frac{7}{9} \times \frac{3}{7}$$

$$A = \frac{5}{9} - \frac{7 \times 3}{9 \times 7}$$

$$A = \frac{5}{9} - \frac{3}{9}$$

$$A = \frac{2}{9}$$

Vous pouvez vérifier vos calculs avec votre calculatrice !!!

2) **Méthode** : par exemple, regrouper " les nombres " et regrouper les puissances de 10 pour les calculer séparément.

$$B = \frac{5,3 \times 7 \times 10^2 \times 10^{-5}}{8 \times 10^{-2}}$$

$$B = \frac{37,1}{8} \times 10^{2+5-(-2)}$$

les exposants du numérateur s'ajoutent
les exposants du dénominateur se soustraient

$$B = 4,6375 \times 10^{-1}$$

(écriture scientifique : un seul des chiffres 1,2,3,4,5,6,7,8 ou 9 devant la virgule, suivi de la partie décimale multipliée par 10^n).

Pour vérifier... *votre calculatrice peut afficher les résultats en écriture scientifique (mode SCI) !*

Une utilisation raisonnée de la calculatrice peut éviter des tracas ...

3) **Méthode** : Les nombres 20 et 45 doivent être décomposés en un produit de deux nombres entiers, l'un étant le **carré parfait** le plus grand possible.

(carré parfait : $2^2=4; 3^2=9; 4^2=16; 5^2=25; 6^2=36$... puis 49, 64, 81, 100, 121, 144 ...). Ici $20 = 4 \times 5$ et $45 = 9 \times 5$

(écrire le carré parfait devant l'autre facteur est astucieux)

$$B = 2\sqrt{5} - \sqrt{4 \times 5} - 3\sqrt{9 \times 5}$$

$$B = 2\sqrt{5} - \sqrt{4} \times \sqrt{5} - 3\sqrt{9} \times \sqrt{5}$$

$$B = 2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 3 \times 3\sqrt{5}$$

$$B = 2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 9\sqrt{5}$$

$$B = (2 - 2 - 9)\sqrt{5}$$

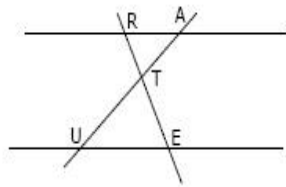
$$B = -9\sqrt{5}$$

4) **Méthode** : utiliser l'algorithme d'Euclide est le plus souvent très rapide. *Il est indispensable de préciser la méthode utilisée, et de présenter les calculs de façon claire et détaillée.* Par exemple :

5) Utiliser la propriété de Thalès

Sur la figure ci-contre on a :

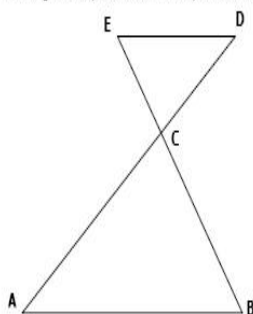
- (RA) // (UE)
- RA = 4 cm
- TA = 5,5 cm
- UT = 10 cm
- RT = 4,5 cm



Calculer ET et UE.

6) Utiliser la réciproque de la propriété de Thalès

La figure suivante est donnée à titre indicatif pour préciser la position des points A, B, C, D et E. Les longueurs représentées ne sont pas exactes.



- On donne :
- CE = 5 cm
 - CD = 12 cm
 - CA = 18 cm
 - CB = 7,5 cm
 - AB = 19,5 cm

1. Montrer que les droites (ED) et (AB) sont parallèles.

Pour déterminer le PGCD de 10165 et 3745, utilisons la méthode de l'algorithme d'Euclide

$$10165 = 3745 \times 2 + 2675$$

$$3745 = 2675 \times 1 + 1070$$

$$2675 = 1070 \times 2 + 535$$

$$1070 = 535 \times 2 + 0$$

Le dernier reste non nul est 535, donc le PGCD de 10165 et 3745 est 535.

(NB : on peut trouver pratique de présenter les résultats dans un tableau. Cela ne dispense pas de rédiger)

5) **Méthode :** Il faut "décrire" la figure pour confirmer qu'il s'agit de l'une des trois "configurations de Thalès" vues en cours. Il est indispensable de citer les deux droites parallèles. Il ne faut jamais écrire les trois rapports égaux sans justification.

Le mot Thalès prend toujours une majuscule.

Vous pouvez écrire, par exemple :

Les droites (TE) et (TU) sont sécantes en T.

$R \in (TE)$ et $A \in (TU)$

De plus, les droites (RA) et (UE) sont parallèles.

Alors, d'après le théorème de Thalès on a $\frac{TR}{TE} = \frac{TA}{TU} = \frac{RA}{EU}$

Rappel : pour écrire "les bons" rapports de Thalès, il faut repérer le sommet commun aux deux triangles (ici T)

On a donc : (utilisez des expressions de transition pour rédiger)

$$\begin{aligned} \frac{TR}{TE} &= \frac{TA}{TU} \\ \frac{4,5}{TE} &= \frac{5,5}{10} \\ 5,5 \times TE &= 4,5 \times 10 \\ TE &= \frac{4,5 \times 10}{5,5} \\ TE &= \frac{45}{5,5} \\ \boxed{TE \approx 8,2 \text{ cm}} & \text{ arrondi au mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{RA}{EU} &= \frac{TA}{TU} \\ \frac{4}{EU} &= \frac{5,5}{10} \\ EU \times 5,5 &= 4 \times 10 \\ EU &= \frac{4 \times 10}{5,5} \\ EU &= \frac{40}{5,5} \\ \boxed{EU \approx 7,3 \text{ cm}} & \text{ arrondi au mm} \end{aligned}$$

6) **Méthode :** Calculer séparément les deux rapports nécessaires à cette démonstration. Comparer les résultats obtenus. Ne pas oublier de préciser que :

- les points sont alignés dans le même ordre
- les droites sont parallèles d'après la réciproque du théorème de Thalès.

1. Les droites (CA) et (CB) sont sécantes en C.

$D \in (CA)$ et $E \in (CB)$

De plus les points D, C, A et E, C, B sont alignés dans le même ordre.

$$\begin{aligned} \frac{CA}{CD} &= \frac{18}{12} & \frac{CB}{CE} &= \frac{7,5}{5} \\ \frac{CA}{CD} &= 1,5 & \frac{CB}{CE} &= 1,5 \end{aligned}$$

$$\text{Donc } \frac{CA}{CD} = \frac{CB}{CE}$$

Alors, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (ED) et (AB) sont parallèles.

Vous pouvez écrire, par exemple :

7) Factoriser et développer une expression littérale :

On considère l'expression $C = (5x - 2)^2 - (5x - 2)(2x - 7)$.

1. Développer et réduire C.
2. Factoriser C.

8) Un problème avec les fonctions

Pour le paiement de la garderie dans une école, on propose deux formules :

Formule A : on paie 40 € pour devenir adhérent pour l'année scolaire puis on paye 10 € par mois de garderie.

Formule B : pour les non adhérents, on paye 18 € par mois.

1. Pour chacune des formules, calculer le prix payé pour 10 mois de garderie.
2. On appelle x le nombre de mois de garderie.
On note P_A le prix payé avec la formule A et P_B le prix payé avec la formule B.
Exprimer P_A puis P_B en fonction de x .

7) Seul l'entraînement régulier à ces techniques permet d'éviter les erreurs, et permet de gagner en vitesse d'exécution...

Méthode pour développer : il faut utiliser la distributivité et parfois les identités remarquables. **Lorsqu'un signe - est situé devant des parenthèses, il faut développer à l'intérieur de parenthèses**, puis changer les signes à la ligne suivante.

Méthode pour factoriser : en l'absence d'identité remarquable, il faut rechercher **un facteur commun**. **On place le facteur commun devant un crochet dans lequel on recopie le reste de l'expression, sans oublier toutes les parenthèses... surtout lorsqu'elles sont précédées d'un signe - !**

$$\begin{aligned}
 1. \quad C &= (5x - 2)^2 - (5x - 2)(2x - 7) \\
 C &= 25x^2 - 20x + 4 - (10x^2 - 35x - 4x + 14) \\
 C &= 25x^2 - 20x + 4 - 10x^2 + 35x + 4x - 14 \\
 C &= 15x^2 + 19x - 10 \\
 \\
 2. \quad C &= (5x - 2)^2 - (5x - 2)(2x - 7) \\
 C &= (5x - 2)(5x - 2) - (5x - 2)(2x - 7) \\
 C &= (5x - 2)[(5x - 2) - (2x - 7)] \\
 C &= (5x - 2)(5x - 2 - 2x + 7) \\
 C &= (5x - 2)(3x + 5)
 \end{aligned}$$

8) Lire attentivement l'énoncé, apprendre le vocabulaire de la leçon (fonction, image, antécédent, linéaire, affine, constante, coefficient directeur, ordonnée à l'origine, repère, abscisse, ordonnée, coordonnées, graduation...).

Chaque calcul doit être expliqué.

Il faut justifier les constructions :

- la fonction $f(x) = ax$ est linéaire : sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine des graduations et par le point (à définir vous-même)
- la fonction $g(x) = ax + b$ est affine : sa représentation graphique est une droite qui passe par les points et (à définir vous-même).

Voici une solution, très simplifiée, faite de place !

1. Formule A : $40 + 10 \times 10 = 140$ €.
 Formule B : $18 \times 10 = 180$ €.

2. $P_A = 10x + 40$
 $P_B = 18x$

4. Les prix sont les mêmes à 5 mois.

5. $P_A = P_B$ d'où $18x = 10x + 40$
 $8x = 40$
 $x = 5$.

6. La formule la plus avantageuse pour 4 mois payés est la formule B. (1pts)

7. $10x + 40 = 113$ et x entier
 $10x = 113 - 40$
 $10x = 73$
 $x = \frac{73}{10}$
 $x = 7,3$

Le plus grand entier inférieur à 7,3 est 7.

Conclusion : avec 113€, on peut payer pour 7 mois.

