

Devoir commun de Mathématiques. Niveau 4^{ème}

Mercredi 10 Février 2010

Le nom et la classe ne doivent pas figurer sur la copie.

Il faut seulement écrire en haut à gauche le numéro de candidat.

Chaque élève garde la première feuille de son sujet et rend la deuxième feuille avec ses copies.

Chaque élève doit posséder son propre matériel : tout prêt (calculatrice, règle, compas, rapporteur, ...) est INTERDIT !

Les calculatrices sont autorisées mais TOUS LES CALCULS DOIVENT FIGURER SUR LA COPIE.

Le soin et la présentation compteront dans la notation.

I ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Exercice 1 : Calculer les expressions **A** et **B** en écrivant toutes les étapes des calculs.

$$A = 24 - 2 \times (-5) + 9$$

$$B = (5 - 61) \div (-7 \times 4)$$

Exercice 2 : Calculer les expressions **C** et **D**, en donnant les étapes et en simplifiant au maximum.

$$C = \frac{1}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{2}{7}$$

$$D = \left(\frac{2}{3} - 2 \right) \div \left(\frac{2}{3} + 2 \right)$$

Exercice 3

1) Supprimer les parenthèses, réduire et ordonner l'expression **E**:

$$E = 8x^2 - (2x^2 - 5x + 3) + (3x^2 + 4x - 1)$$

2) Développer, réduire et ordonner les expressions **F** et **G** :

$$F = 4y(2y - 3)$$

$$G = (2x - 3)(3x - 7)$$

3) Factoriser **H** :

$$H = 12x^2 + 15x$$

Exercice 4

Voici un programme de calcul :

- Soit x un nombre relatif;
- Ajouter 3
- Multiplier cette somme par le nombre choisi au départ.
- Soustraire le carré du nombre choisi au départ.
- Soustraire le nombre choisi au départ

1) Quel serait le résultat de ce programme si le nombre x valait 3 ?

2) Effectuer ce programme de calcul avec le nombre x et donner le résultat sous la forme la plus réduite possible.

3) Quel serait le résultat de ce programme si le nombre x valait -5 ?

4) Quel nombre x faudrait-il choisir pour obtenir -20 comme résultat ?

Exercice 5: Jean, Lionel et Cathy, sont les héritiers d'un propriétaire terrien.

Lors du partage, ils reçoivent les parts suivantes:

Jean reçoit les $\frac{7}{18}$ de la propriété, Lionel reçoit $\frac{4}{9}$ de la propriété et Cathy reçoit le reste.

1°) Quelle fraction d'héritage reçoit Cathy ?

2°) Lequel de ces trois héritiers reçoit la plus grosse part? Et lequel reçoit la plus petite?

3°) La valeur totale de l'héritage étant de 99 000 €, quelle est la valeur de la part de Jean ?

II ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Exercice 1

Soit $[RC]$ un diamètre d'un cercle, de centre O et de rayon 6 cm.

Soit E un point de ce cercle tel que $RE = 3$ cm.

Soit T le symétrique de E par rapport à O .

- 1) Faire une figure en vraie grandeur.
- 2) Prouver que le triangle REC est rectangle en E .
- 3) Calculer EC et donnez une valeur approchée du résultat au dixième le plus proche.
- 4) Quelle est la nature du quadrilatère $RECT$? Pourquoi ?

Exercice 2

Soit ABC un triangle isocèle en B tel que $\angle ABC = 110^\circ$. La hauteur issue de B du triangle ABC coupe $[AC]$ en H .

- 1) Faire une figure en vraie grandeur.
- 2) Prouvez que H est le milieu de $[AC]$.
- 3) Calculer la mesure des angles BCA et CBH .

Exercice 3

Soit un quadrilatère $ABCD$. On place le milieu I de $[AB]$.

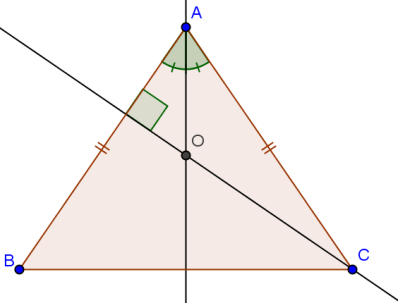
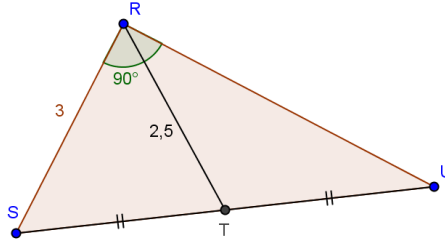
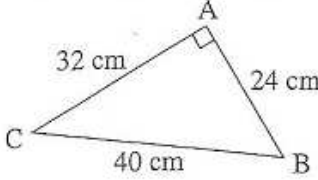
La parallèle à (BC) passant par I coupe (AC) en J .

La parallèle à (CD) passant par J coupe (AD) en K .

- 1°) Dans le triangle ACB , prouvez que J est le milieu de $[AC]$.
- 2°) Dans le triangle ADC , prouvez que K est le milieu de $[AD]$.
- 3°) Dans le triangle ABD , prouvez que (IK) est parallèle à (BD) .

III QCM : questionnaire à choix multiple

Entourez la bonne réponse (Une seule des réponses proposées est juste)

$3 - [6 \times (-4) - 5 \times (-3)]$ est égal à ...	12	- 6	90
Si $x = - 3$, alors $2x^2 - 5 = \dots$	- 23	13	-17
$\frac{-27}{-12}$ est égale à ...	$\frac{3}{2}$	$\frac{-9}{4}$	$\frac{9}{4}$
$17 + 3 \times 4 - 2 \times 3$ est égal à ...	$(17 + 3) \times (4 - 2) \times 3$	234	23
$\frac{10 + 4}{2 + 4}$ est égal à ...	$\frac{7}{3}$	$\frac{10}{2}$	2,3
	O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC	O est le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC	O est l'orthocentre du triangle ABC
	T est le centre de gravité du triangle.	RSU est un triangle isocèle.	RU mesure 4
La valeur approchée de $\sqrt{19}$ au centième près est...	4,36	4,35	4,359
Le centre du cercle inscrit d' un triangle quelconque est...	Le point d'intersection de deux bissectrices	Le point de concours des trois médianes	...aussi le centre du cercle circonscrit au triangle.
 <p>Le triangle ABC étant rectangle en A, on peut affirmer que ...</p>	$\angle C = 45^\circ$	Le cercle de diamètre [BC] passe par A.	La médiane relative à l'hypoténuse mesure 16 cm

I ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Exercice 1 : $A = 24 - 2 \times (-5) + 9$
 $= 24 + 10 + 9$

A = 43

$B = (5 - 61) \div (-7 \times 4)$
 $= -56 \div (-28)$

B = 2

Exercice 2 :

$$C = \frac{1}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{2}{7}$$

$$= \frac{1}{5} - \frac{6}{35}$$

$$= \frac{7}{35} - \frac{6}{35}$$

$$= \frac{1}{35}$$

$$D = \left(\frac{2}{3} - 2\right) \div \left(\frac{2}{3} + 2\right)$$

$$= \left(\frac{2}{3} - \frac{6}{3}\right) \div \left(\frac{2}{3} + \frac{6}{3}\right)$$

$$= \frac{-4}{3} \div \frac{8}{3}$$

$$= \frac{-4}{3} \times \frac{3}{8}$$

$$= \frac{-4}{8} = \frac{-1}{2}$$

Exercice 3

1) $E = 8x^2 - (2x^2 - 5x + 3) + (3x^2 + 4x - 1)$
 $= 8x^2 - 2x^2 + 5x - 3 + 3x^2 + 4x - 1$

E = 9x² + 9x - 4

2) $F = 4y(2y - 3)$

F = 8y² - 12y

$G = (2x - 3)(3x - 7)$

$= 6x^2 - 14x - 9x + 21$

G = 6x² - 23x + 21

3) $H = 12x^2 + 15x$

H = 3x (4x + 5)

Exercice 4

1) pour 3
 $3+3=6$
 $6 \times 3 = 18$
 $18 - 3^2 = 18 - 9 = 9$
 $9 - 3 = \mathbf{6}$

2) pour x
 $x+3$
 $(x+3) \times x = x^2 + 3x$
 $x^2 + 3x - x^2 = 3x$
 $3x - x = \mathbf{2x}$

3) Si $x = -5$
 Alors le résultat est $(-5) \times 2 = \mathbf{-10}$

4) Si le résultat est -20
 Alors le nombre de départ était : $-20 \div 2 = \mathbf{-10}$

Exercice 5:

1°) $\frac{18}{18} - \left(\frac{7}{18} + \frac{4}{9}\right) = \frac{18}{18} - \left(\frac{7}{18} + \frac{8}{18}\right) = \frac{18}{18} - \frac{15}{18} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$. Donc **Cathy reçoit $\frac{1}{6}$ de l'héritage**

2°) Jean : $\frac{7}{18}$, Lionel : $\frac{4}{9} = \frac{8}{18}$, Cathy : $\frac{1}{6} = \frac{3}{18}$. Or $\frac{8}{18} > \frac{7}{18} > \frac{3}{18}$ donc c'est **Lionel qui reçoit la plus**

grosse part et Cathy qui reçoit la plus petite.

3°) $\frac{7}{18} \times 99\,000 = (99\,000 \div 18) \times 7 = 5\,500 \times 7 = 38\,500$. **Jean reçoit une part d'une valeur de 38 500 €**

II ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Exercice 1

1) Figure.

2) E est un point du cercle de diamètre [RC].

Or, si un triangle est formé par un diamètre d'un cercle et un point de ce cercle, alors ce triangle est rectangle et l'hypoténuse est un diamètre du cercle.

Donc **REC est un triangle rectangle en E.**

3) REC est un triangle rectangle en E et $RC = 2 \times OC = 2 \times 6 = 12$ cm

Or d'après le **théorème de Pythagore**, on a :

$$RC^2 = RE^2 + EC^2$$

$$12^2 = 3^2 + EC^2$$

$$144 = 9 + EC^2$$

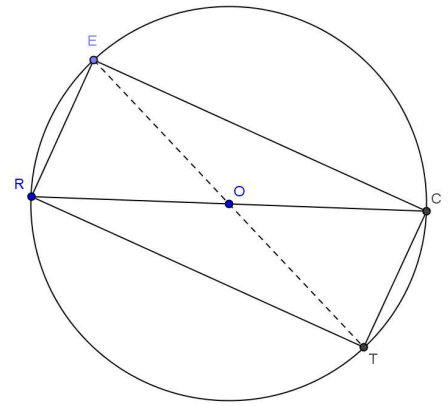
$$EC^2 = 144 - 9$$

$$EC^2 = 135$$

$$EC = \sqrt{135} \text{ cm}$$

$$EC \approx 11,6 \text{ cm au dixième près.}$$

On remplace par les valeurs connues :



4) O est le milieu de [RC] et O est le milieu de [ET] car T est le symétrique de E par rapport à O.

Or, si un quadrilatère possède des diagonales ayant le même milieu, alors c'est un parallélogramme.

Donc **RECT est un parallélogramme.**

RECT est un parallélogramme et REC est un triangle rectangle en E.

Or, si un parallélogramme possède un angle droit, alors c'est un rectangle.

Donc **RECT est un rectangle.**

Exercice 2

1) Figure

2) ABC un triangle isocèle en B et (BH) est la hauteur issue de B.

Or, si un triangle est isocèle, alors la hauteur issue du sommet principal est confondue avec la médiane (ou la médiatrice ou la bissectrice).

Donc (BH) est aussi une médiane (et une médiatrice) et passe par définition par le milieu du côté. Donc **H est le milieu de [AC].**

3) ABC est un triangle isocèle en B.

Or, dans un triangle, la somme des trois angles est égale à 180° et les angles à la base d'un triangle isocèle sont de même mesure.

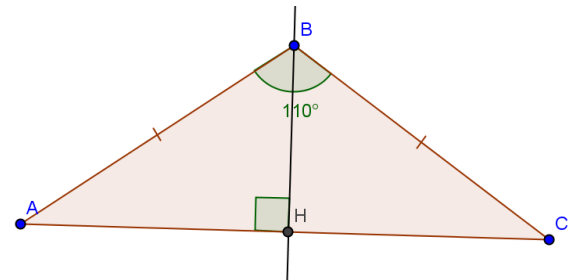
$$\begin{aligned} \text{Donc } \angle BCA = \angle BAC &= (180^\circ - \angle ABC)/2 \\ &= (180^\circ - 110^\circ)/2 \\ &= (70^\circ)/2 = 35^\circ \end{aligned}$$

CBH est un triangle rectangle en H.

Or si un triangle est rectangle alors la somme des deux angles aigus est égale à 90°

Donc $\angle CBH = 90^\circ - \angle BCA$

$$\boxed{\angle CBH = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ}$$



(BH) est la bissectrice de ABC

Or la bissectrice d'un angle est une droite qui partage un angle en deux angles adjacents de même mesure.

$$\text{Donc } \boxed{\angle CBH = \angle ABC/2 = 110^\circ/2 = 55^\circ}$$

Exercice 3

1°) Dans le triangle ACB, I est le milieu de [AB] et (IJ) est parallèle à (AC).

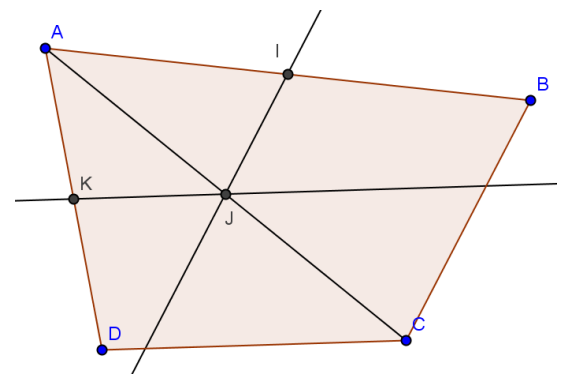
Or, d'après (la réciproque de) la propriété de la droite des milieux, on peut affirmer que **J est le milieu de [AC].**

2°) Dans le triangle ADC, J est le milieu de [AC] et (JK) est parallèle à (CD).

Or, d'après la réciproque de la propriété de la droite des milieux, on peut affirmer que **K est le milieu de [AD].**

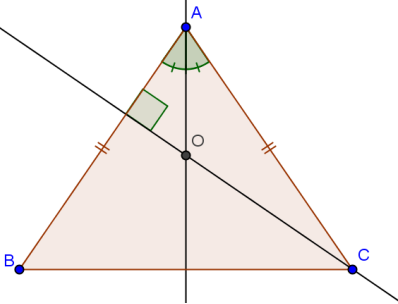
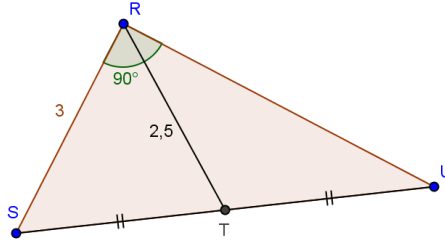
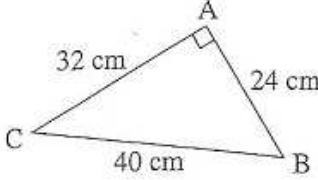
3°) Dans le triangle ABD, I est le milieu de [AB] et K est le milieu de [AD].

Or d'après la propriété de la droite des milieux, on peut affirmer que **(IK) est parallèle à (BD)**



III] QCM : questionnaire à choix multiple

Entourez la bonne réponse (Une seule des réponses proposées est juste)

$3 - [6 \times (-4) - 5 \times (-3)]$ est égal à ...	12	- 6	90
Si $x = -3$, alors $2x^2 - 5 = \dots$	- 23	13	-17
$\frac{-27}{-12}$ est égale à ...	$\frac{3}{2}$	$\frac{-9}{4}$	$\frac{9}{4}$
$17 + 3 \times 4 - 2 \times 3$ est égal à ...	$(17 + 3) \times (4 - 2) \times 3$	234	23
$\frac{10 + 4}{2 + 4}$ est égal à ...	$\frac{7}{3}$	$\frac{10}{2}$	2,3
	O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC	O est le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC	O est l'orthocentre du triangle ABC
	T est le centre de gravité du triangle.	RSU est un triangle isocèle.	RU mesure 4
La valeur approchée de $\sqrt{19}$ au centième près est...	4,36	4,35	4,359
Le centre du cercle inscrit dans un triangle quelconque est...	Le point d'intersection de deux bissectrices	Le point de concours des trois médianes	...aussi le centre du cercle circonscrit au triangle.
 <p>Le triangle ABC étant rectangle en A, on peut affirmer que ...</p>	$\angle C = 45^\circ$	Le cercle de diamètre [BC] passe par A.	La médiane relative à l'hypoténuse mesure 16 cm