Correction du Brevet Blanc du 11 mai 2005

PARTIE I Activités Numériques (12 points)

Ex1:

1) $A = \frac{3}{5} + \frac{6}{5} \div \frac{18}{7}$

$= \frac{3}{5} + \frac{6}{5} \times \frac{7}{18}$

$= \frac{3}{5} + \frac{\cancel{6}}{5} \times \frac{7}{3 \times \cancel{6}}$

$= \frac{3}{5} + \frac{1}{5} \times \frac{7}{3}$

$= \frac{3}{5} + \frac{7}{15}$

$= \frac{9}{15} + \frac{7}{15}$

$\mathbf{A = \frac{16}{15}}$

2. $B = \sqrt{25} + \sqrt{20} + \sqrt{80}$

$= 5 + \sqrt{4 \times 5} + \sqrt{16 \times 5}$

$= 5 + 2\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$

$\mathbf{B = 5 + 6\sqrt{5}}$

$C = \left(\sqrt{5} + 2\right)^2 - \left(\sqrt{5} - 1\right)\left(\sqrt{5} + 1\right)$

$= 5 + 4\sqrt{5} + 4 - (5 - 1)$

$= 9 + 4\sqrt{5} - 4$

$\mathbf{C = 5 + 4\sqrt{5}}$

Ex2 :

1. $D = (3x - 7)^2 - 81$

$= 9x^2 - 42x + 49 - 81$

$\mathbf{D = 9x^2 - 42x - 32}$

2. $D = (3x - 7)^2 - 9^2$

$= (3x - 7 - 9)(3x - 7 + 9)$

$\mathbf{D = (3x - 16)(3x + 2)}$

3. $D\left(-\frac{2}{3}\right) = \left(3 \times \frac{-2}{3} - 16\right)\left(3 \times \frac{-2}{3} + 2\right) = (-2 - 16)(-2 + 2) = -18 \times 0 = \mathbf{0}$

4. $(3x - 16)(3x + 2) = 0$

C'est une équation produit : un au moins des facteurs doit être nul, donc :

$3x - 16 = 0$ soit $x = \frac{16}{3}$ ou $3x + 2 = 0$ soit $x = -\frac{2}{3}$

Les solutions de l'équation sont $\mathbf{\frac{16}{3}}$ et $\mathbf{-\frac{2}{3}}$.

Ex3 :

1. Pour déterminer le PGCD de 2418 et 992, on utilise la méthode de l'**algorithme d'Euclide** :

a : dividende	b : diviseur	r : reste
2418	992	434
992	434	124
434	124	**62**
124	62	0

Le PGCD est le dernier reste non nul donc **PGCD(2418 ; 992) = 62**

2. Pour simplifier la fraction $\frac{992}{2418}$, il faut diviser son numérateur et son dénominateur par leur plus grand diviseur commun, soit 62 :

$$\frac{992}{2418} = \frac{992 \div 62}{2418 \div 62} = \boxed{\frac{\mathbf{16}}{\mathbf{39}}}$$ La fraction $\frac{16}{39}$ est **irréductible**.

3. $\frac{992}{2418} - \frac{3}{13} = \frac{16}{39} - \frac{3}{13} = \frac{16}{39} - \frac{9}{39} = \boxed{\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{39}}}$ La fraction $\frac{7}{39}$ est **irréductible**.

Ex4 :

1. Soit ***x le nombre de rosiers*** et ***y le nombre d'iris*** constituant ce parterre .
Il y a 60 plantes donc : $\underline{x + y = 60}$
Le montant de la facture est 355 €, un rosier vaut 10 € et un iris 3 € donc $\underline{10x + 3y = 355}$
Le système de 2 équations à 2 inconnues traduisant cet énoncé est $\begin{cases} x + y = 60 \\ 10x + 3y = 355 \end{cases}$

2. (Méthode au choix)
Résolvons le système $\begin{cases} x + y = 60 \\ 10x + 3y = 355 \end{cases}$ par la ***méthode par combinaison***
On multiplie les 2 membres de la 1ère équation par 3 :
$$\begin{cases} 3x + 3y = 180 \\ 10x + 3y = 355 \end{cases}$$
En soustrayant la 1ère équation à la 2ème , on obtient : $7x = 175$ soit $\boldsymbol{x = 25}$
En remplaçant x par 25 dans la 1ère équation on obtient $\boldsymbol{y = 35}$.
vérification : $\begin{cases} x + y = 25 + 35 = 60 \\ 10x + 3y = 10\times 25 + 3\times 35 = 250 + 105 = 355 \end{cases}$
Conclusion : Le couple solution de ce système est **(25 ; 35)**

3. Le paysagiste achète 25 rosiers et 35 iris.

PARTIE II Activités Géométriques (12 points)

Exercice 1 :
voir feuille annexe (placer les points T, P et M)

Exercice 2 :

1) Dans le triangle SHM rectangle en H, calculons **la tangente** de l'angle $\widehat{MSH}$:

$$\tan \widehat{MSH} = \frac{HM}{SH} \quad \text{donc} \quad \tan \widehat{MSH} = \frac{\mathbf{6}}{\mathbf{8}}$$

d'où $\boldsymbol{\widehat{MSH} = 37°}$ à 1° degré près.

2) Le volume d'un cône est donné par la relation : $\mathcal{V} = \frac{\pi \times R^2 \times h}{3}$.

Le rayon de la base étant HM et la hauteur du cône étant HS, on a :

$$\mathcal{V} = \frac{\pi \times HM^2 \times HS}{3}$$

$$\mathcal{V} = \frac{\pi \times 6^2 \times 8}{3} \text{ (} = 96\pi \text{ cm}^3\text{)}$$

$$\boldsymbol{\mathcal{V} = 302 \text{ cm}^3 \text{ à } 1 \text{ cm}^3 \text{ près}}$$

3) a) Le cône obtenu après section est une réduction du cône initial, le coefficient de réduction est $k = \frac{SH'}{SH} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}$

b) On sait que lors d'un agrandissement ou d'une réduction, si le coefficient est k, les volumes sont multipliés par k^3.

Donc $\mathcal{V}' = \left(\frac{3}{4}\right)^3 \times \mathcal{V} = \left(\frac{3}{4}\right)^3 \times 302 =$ **127 cm³** à 1cm³ près.

Exercice 3 :

1. a. voir feuille annexe (placer A et B)

b. Les coordonnées lues pour $\overrightarrow{AB}$ sont $x = -5$ et $y = 10$ soit $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ **(–5 ; 10)**

2. a. voir feuille annexe (placer C et D)

b. Si D est l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$, alors $\overrightarrow{\mathbf{CD}} = \overrightarrow{\mathbf{AB}}$.

Les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ sont (–5 ; 10) et celles de $\overrightarrow{CD}$: $(x_D - (-2)\ ;\ y_D - (-4))$ soit $(x_D + 2\ ;\ y_D + 4)$.

Or, ***si deux vecteurs sont égaux, leurs coordonnées sont égales***, donc:

$$\begin{cases} x_D + 2 = -5 \\ y_D + 4 = 10 \end{cases} \text{ d'où } \begin{cases} x_D = -7 \\ y_D = 6 \end{cases}.$$

Conclusion : **les coordonnées de D sont (–7 ; 6).**

c. *Nature de ABDC* : D étant l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$, **le quadrilatère ABDC est un parallélogramme.**

M est le point d'intersection des droites (AD) et (BC).

Or, les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu, donc **M est le milieu de [AD] et [BC].**

Par conséquent ;

$$\begin{cases} x_M = \dfrac{x_B + x_C}{2} = \dfrac{-2 + (-2)}{2} = \dfrac{-4}{2} = -2 \\ y_M = \dfrac{y_B + y_C}{2} = \dfrac{5 + (-4)}{2} = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Conclusion **: Les coordonnées de M sont (–2 ; 1/2)**

PARTIE III Problème (12 points)

A. 1. Dans le **triangle MBR rectangle en M**, on sait que MB = 3 cm et que MR = 6 – 1,5 = 4,5 cm.

Appliquons dans le triangle rectangle MRB le théorème de Pythagore :

$BR^2 = BM^2 + MR^2$

$BR^2 = 3^2 + 4{,}5^2$

$BR^2 = 9 + 20{,}25$

$BR^2 = 29{,}25$

$BR = \sqrt{29{,}25}$ cm.

La valeur exacte de la longueur du segment [BR] est $\sqrt{29{,}25}$ cm.

Une valeur approchée au millimètre près est 5,4 cm.

2. Les droites (AS) et (RB) sont-elles parallèles ?

On sait que : MR = 4,5 cm , MA = 6 cm , MB = 3 cm , MS = 3 + 1,5 = 4,5 cm

- **d'une part :** $\dfrac{MR}{MA} = \dfrac{4{,}5}{6} = \dfrac{13{,}5}{18}$
- **d'autre part :** $\dfrac{MB}{MS} = \dfrac{3}{4{,}5} = \dfrac{12}{18}$

On remarque que ***les rapports*** $\dfrac{MR}{MA}$ ***et*** $\dfrac{MB}{MS}$ ***ne sont pas égaux.***

***D*'après le <u>théorème</u> de Thalès, on peut conclure que les droites (AS) et (BR) ne sont pas parallèles.**

3. On sait que le triangle AMS est rectangle en M.

Pour le triangle MAS, les côtés de l'angle droit sont [MA] et [MS].

$$\mathcal{A}_{MAS} = \frac{MA \times MS}{2} = \frac{6\times4,5}{2} = \mathbf{13,5\ cm^2}$$

Pour le triangle MRB, les côtés de l'angle droit sont [MR] et [MB].

$$\mathcal{A}_{MBR} = \frac{MR \times MB}{2} = \frac{4,5\times3}{2} = \mathbf{6,75\ cm^2}$$

L'aire du quadrilatère ARBS est égal à la différence de celles des triangles MAS et MBR donc :

$\mathcal{A}_{ARBS} = \mathcal{A}_{MAS} - \mathcal{A}_{MBR} = 13,5 - 6,75 = \mathbf{6,75\ cm^2}$.

On remarque que $\mathcal{A}_{ARBS}$ et $\mathcal{A}_{MBR}$ sont égales.

(certains pourront aussi remarquer que $\mathcal{A}_{ARBS}$ est la moitié de $\mathcal{A}_{MAS}$)

B. 1. a) On sait que le triangle AMB est rectangle en M.
Pour le triangle MAS, la base est [MA] et la hauteur [MS].

$$\mathcal{A}_{MAS} = \frac{MA \times MS}{2} = \frac{6(x+3)}{2} = \mathbf{3x + 9\ cm^2}$$

Pour le triangle MBR, la base est [MR] et la hauteur [MB].

$$\mathcal{A}_{MBR} = \frac{MR \times MB}{2} = \frac{(6-x)3}{2} = \frac{18-3x}{2} = \mathbf{9 - \frac{3}{2}x\ cm^2}$$

b) L'aire du quadrilatère ARBS est égal à la différence de celles des triangles MAS et MBR calculées précédemment .

$$\mathcal{A}_{ARBS} = \mathcal{A}_{MAS} - \mathcal{A}_{MBR} = 3x + 9 - (9 - \frac{3}{2}x) = 3x + 9 - 9 + \frac{3}{2}x = \mathbf{\frac{9}{2}x}$$

2. Cherchons la valeur de x pour laquelle $\mathcal{A}_{ARBS} = \mathcal{A}_{MBR}$

Cette égalité entraîne que $\frac{9}{2}x = 9 - \frac{3}{2}x$ cm²

soit $6x = 9$

$x = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} =$ **1,5 cm.**

Lorsque x est égal à 1,5 cm, l'aire du trapèze ARBS est égale à l'aire du triangle MBR.
La valeur commune à ces deux aires est :

$$\mathcal{A}_{ARBS} = \mathcal{A}_{MBR} = \frac{9}{2}x = \frac{9}{2}\times\frac{3}{2} = \frac{27}{4} = \mathbf{6,75\ cm^2}$$

3. a) Construction des courbes représentatives de *f* et *g*.

- *f* fonction affine : on place par exemple (0; 9) et (4 ; 3)
- *g* fonction linéaire : passe par l'origine et on place par exemple (4 ; 18)

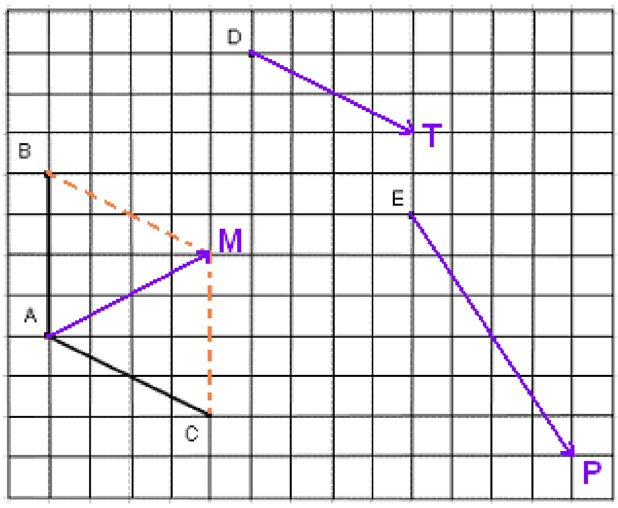
voir feuille annexe

b) L'aire du triangle MBR en fonction de x est traduite *f(x)*.
L'aire du trapèze ARBS est traduite par *g(x)*.
La réponse à la question B –2. correspond au point d'intersection des deux droites soit au point où *f(x) = g(x)*.
Par lecture graphique, on trouve (1,5 ; 6,75)
Les pointillés doivent être visibles.

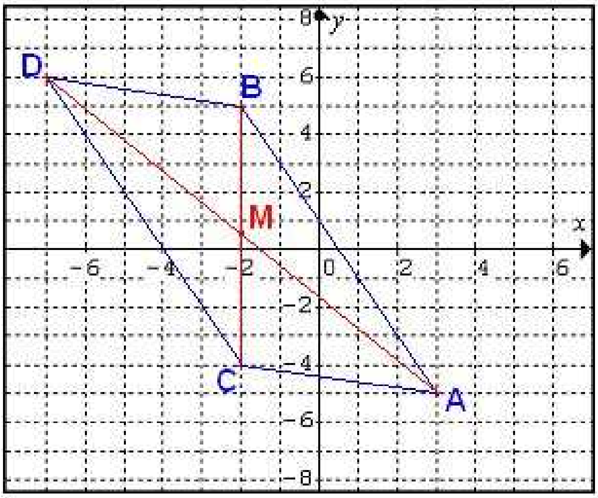
FEUILLE ANNEXE à joindre à votre copie Numéro de candidat :

Activités Géométriques

Figure à compléter de l'exercice 1



Repère orthonormé de l'exercice 3



Repère orthogonal du problème